

Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică $M_mate-info$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(40 de puncte)

1.	D	4p
2.	A	4p
3.	C	4p
4.	B	4p
5.	A	4p
6.	D	4p
7.	D	4p
8.	C	4p
9.	B	4p
10.	A	4p

SUBIECTUL al II-lea

(20 de puncte)

1.a)	$\det(M(m)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & m & -1 \\ m & 1 & 3 \end{vmatrix} = -4m^2 + m + 3, \text{ pentru orice număr real } m$	2p
	$\det(M(m)) = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{4} \text{ sau } m = 1, \text{ deci sistemul are soluție unică pentru } m \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{4}, 1\right\}$	3p
b)	Pentru $m=1$, sistemul este compatibil nedeterminat și soluțiile sistemului sunt $(-2\alpha + 3, 1 - \alpha, \alpha)$, unde $\alpha \in \mathbb{C}$	3p
	$4(1 - \alpha)^2 = (3 - \alpha)^2 \Leftrightarrow \alpha = -1 \text{ sau } \alpha = \frac{5}{3}, \text{ deci soluțiile sunt } (5, 2, -1) \text{ sau } \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$	2p
2.a)	$x * x = \frac{1}{3} \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}, \quad x * x * x = \frac{1}{9} \left(x - \frac{3}{2}\right)^3 + \frac{3}{2}$	2p
	$\frac{1}{9} \left(x - \frac{3}{2}\right)^3 + \frac{3}{2} = x \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \text{ sau } x = \frac{3}{2} \text{ sau } x = \frac{9}{2}$	3p
b)	$x * \frac{9}{2} = \frac{9}{2} * x = x, \text{ pentru orice număr real } x, \text{ deci } e = \frac{9}{2} \text{ este elementul neutru al legii „*”}$	2p
	$n * n' = n' * n = \frac{9}{2} \Leftrightarrow 4nn' - 6n - 6n' = 27, \text{ unde } n' \text{ este simetricul lui } n \text{ și, cum pentru } n, n' \in \mathbb{N}, \text{ numărul } 4nn' - 6n - 6n' \text{ este par, obținem că nu există niciun număr natural } n \text{ al cărui simetric în raport cu legea de compoziție „*” să fie număr natural}$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 1 - \frac{2x+1}{x^2+x+1} =$ $= \frac{x^2-x}{x^2+x+1} = \frac{x(x-1)}{x^2+x+1}, x \in \mathbb{R}$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	<p>Tangenta la graficul funcției f în punctul $(a, f(a))$ este paralelă cu dreapta de ecuație</p> $y = -\frac{1}{7}x + 2 \Leftrightarrow f'(a) = -\frac{1}{7}$ $\frac{a(a-1)}{a^2+a+1} = -\frac{1}{7} \Leftrightarrow 8a^2 - 6a + 1 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4} \text{ sau } a = \frac{1}{2}$	<p>2p</p> <p>3p</p>
c)	<p>f continuă pe \mathbb{R}, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $f(0) = 0$, $f(1) = 1 - \ln 3 \in (-1, 0)$</p> <p>$f$ este strict descrescătoare pe $(0, 1)$ și f este strict crescătoare pe $(1, +\infty)$, deci, pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$, ecuația $f(x) + n = 0$ nu are nicio soluție în $[0, +\infty)$</p> <p>f este strict crescătoare pe $(-\infty, 0) \Rightarrow$ pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$, ecuația $f(x) + n = 0$ are soluție unică în $(-\infty, 0)$, deci pentru fiecare număr natural nenul n, ecuația $f(x) + n = 0$ are soluție unică</p>	<p>3p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
2.a)	$\int_0^2 e^x f(x) dx = \int_0^2 e^x \cdot \frac{x}{e^x} dx = \int_0^2 x dx = \frac{x^2}{2} \Big _0^2 =$ $= 2 - 0 = 2$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	$\mathcal{A} = \int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 -xe^{-x} dx + \int_0^1 xe^{-x} dx = (x+1)e^{-x} \Big _{-1}^0 - (x+1)e^{-x} \Big _0^1 =$ $= 1 - \frac{2}{e} + 1 = 2 - \frac{2}{e}$	<p>3p</p> <p>2p</p>
c)	$(n+2)I_n = (n+2) \int_0^1 x^n f(x) dx = (n+2) \int_0^1 x^{n+1} e^{-x} dx = \int_0^1 (x^{n+2})' e^{-x} dx = \frac{1}{e} + \int_0^1 x^{n+2} e^{-x} dx$ $0 \leq x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{e} \leq e^{-x} \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{e} \cdot x^{n+2} \leq x^{n+2} e^{-x} \leq x^{n+2} \Rightarrow \frac{1}{e} \int_0^1 x^{n+2} dx \leq \int_0^1 x^{n+2} e^{-x} dx \leq \int_0^1 x^{n+2} dx$ <p>Cum $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 x^{n+2} dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n+3} = 0$, obținem $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 x^{n+2} e^{-x} dx = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (n+2)I_n = \frac{1}{e}$</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>