Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(40 de puncte)**

1.	**B**	**4p**
2.	**C**	**4p**
3.	**A**	**4p**
4.	**B**	**4p**
5.	**D**	**4p**
6.	**B**	**4p**
7.	**C**	**4p**
8.	**A**	**4p**
9.	**C**	**4p**
10.	**D**	**4p**

SUBIECTUL al II-lea **(20 de puncte)**

1.a)	$\det(A(a))=\begin{vmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 2a-1 & 1 \\ a-3 & a & 1 \end{vmatrix}=-a^2+6a-5$	**3p**
	$a=1$ sau $a=5$	**2p**
b)	Pentru $a=1$, sistemul este $\begin{cases} 2x+y+z=1 \\ 3x+y+z=1 \\ -2x+y+z=1 \end{cases}$ și, scăzând primele două ecuații, obținem $x_0=0$ și $y_0+z_0=1$	**3p**
	Cum $x_0^2=y_0z_0 \Rightarrow y_0z_0=0$, soluțiile sunt $(0,1,0)$ sau $(0,0,1)$, care convin	**2p**
2.a)	$x*x=5(x-1)^2+1$, $x*x*x=25(x-1)^3+1$	**2p**
	$(x-1)^3<1 \Leftrightarrow x\in(-\infty,2)$	**3p**
b)	$25\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}+1\right)\left(\frac{1}{n+1}-1\right)\left(\frac{1}{n+1}+1\right)\left(\frac{1}{n+2}-1\right)\left(\frac{1}{n+2}+1\right)+1=-19 \Leftrightarrow \frac{(1-n)(n+3)}{n(n+2)}=-\frac{4}{5}$	**3p**
	Cum n este număr natural nenul, obținem $n=3$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{2x-2(x-1)}{x^2}=$	**3p**
	$=\frac{x-2x+2x-2}{x^2}=\frac{x-2}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**

b)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $(a, f(a))$ este perpendiculară pe dreapta de ecuație $y = x \Leftrightarrow f'(a) = -1$	**3p**
	$\frac{a-2}{a^2} = -1 \Leftrightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Leftrightarrow a = -2$, care nu convine, $a = 1$, care convine	**2p**
c)	$f'(x) < 0$, pentru orice $x \in (0,2) \Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(0,2)$	**2p**
	$0 < 1 < \frac{\pi}{2} < 2 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) < f(1)$ și, cum $f(1) = 0$, obținem $f\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0$	**3p**
2.a)	$\int_0^3 f(x)dx = \int_0^3 (x^2+1)dx = \left(\frac{x^3}{3} + x\right)\Big\|_0^3 =$	**3p**
	$= \frac{27}{3} + 3 - 0 = 12$	**2p**
b)	$g(x) = \frac{x}{x^2+1} \Rightarrow \mathcal{A} = \int_0^1 \|g(x)\| dx = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2}\ln(x^2+1)\Big\|_0^1 =$	**3p**
	$= \frac{1}{2}\ln 2$	**2p**
c)	Funcția $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h(x) = \int_0^x e^{f(t)}dt - x$ este derivabilă și $h'(x) = e^{x^2+1} - 1$	**2p**
	$h'(x) > 0$ pentru orice număr real x, deci funcția h este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$, deci injectivă și, cum $h(0) = 0$, există un unic număr real x pentru care $\int_0^x e^{f(t)}dt = x$	**3p**