

**Examenul de bacalaureat național 2019**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Model**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, litera corespunzătoare răspunsului corect. (40 de puncte)**

- 4p** 1. Rezultatul calculului  $3,4 \cdot 10 + 660 : 10$  este:  
A. 69,4                      B. 100                      C. 694                      D. 1000
- 4p** 2. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  cu  $a_1 = 1$  și  $a_2 = 3$ . Suma primilor patru termeni ai acestei progresii este egală cu:  
A. 5                      B. 7                      C. 16                      D. 17
- 4p** 3. Știind că  $i^2 = -1$ , numărul  $a = \left( \frac{1}{1-i} - \frac{1}{1+i} \right)^2$  este egal cu:  
A.  $-1$                       B.  $-i$                       C.  $i$                       D. 1
- 4p** 4. Cel mai mare număr întreg  $m$  pentru care soluțiile ecuației  $x^2 - 7x + m = 0$  sunt numere reale este egal cu:  
A. 11                      B. 12                      C.  $\frac{49}{4}$                       D. 13
- 4p** 5. Numărul real  $a$  pentru care  $3^a + 3^{a+1} + 3^{a+2} = 117$  este egal cu:  
A. 9                      B. 4                      C. 3                      D. 2
- 4p** 6. Dacă mulțimea  $M$  are exact 36 de submulțimi cu două elemente, atunci numărul de elemente ale mulțimii  $M$  este egal cu:  
A. 8                      B. 9                      C. 18                      D. 36
- 4p** 7. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1,1)$ ,  $B(3,-3)$  și  $C(3,0)$ . Ecuația medianei din  $C$  a triunghiului  $ABC$  este:  
A.  $y = x - 2$                       B.  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$                       C.  $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$                       D.  $y = x - 3$
- 4p** 8. Numărul real  $x \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right]$  pentru care  $\cos x \sin(\pi - x) - \sin x \cos(\pi + x) = 1$ , este egal cu:  
A.  $\frac{\pi}{4}$                       B.  $\frac{\pi}{3}$                       C.  $\frac{\pi}{2}$                       D.  $\frac{5\pi}{4}$
- 4p** 9. Știind că determinantul matricei  $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & m & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  este egal cu 3, numărul  $m$  este egal cu:  
A. 6                      B. 3                      C. 0                      D.  $-3$
- 4p** 10. Se consideră polinomul  $f = X^3 - 7X^2 + aX + 6$ . Știind că polinomul  $f$  este divizibil cu  $X - 1$ , numărul real  $a$  este egal cu:  
A. 7                      B. 6                      C. 1                      D. 0

**SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.**

**(20 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 2a-1 & 1 \\ a-3 & a & 1 \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} 2x + ay + z = 1 \\ 3x + (2a-1)y + z = 1 \\ (a-3)x + ay + z = 2a-1 \end{cases}$ ,

unde  $a$  este număr real.

- 5p** a) Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $\det(A(a)) = 0$ .

- 5p** b) Pentru  $a = 1$ , determinați soluțiile  $(x_0, y_0, z_0)$  ale sistemului pentru care  $x_0^2 = y_0 z_0$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = 5(x - 1)(y - 1) + 1$ .
- 5p** a) Determinați valorile reale ale lui  $x$  pentru care  $x * x * x < 26$ .
- 5p** b) Determinați numărul natural nenul  $n$  pentru care  $\frac{1}{n^2} * \frac{1}{(n+1)^2} * \frac{1}{(n+2)^2} = -19$ .

**SUBIECTUL al III-lea -- Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln x - \frac{2(x-1)}{x}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{x-2}{x^2}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției  $f$  în care tangenta la graficul funcției  $f$  este perpendiculară pe dreapta de ecuație  $y = x$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0$ .
2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^3 f(x) dx = 12$ .
- 5p** b) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{x}{f(x)}$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$ .
- 5p** c) Demonstrați că există un unic număr real  $x$  pentru care  $\int_0^x e^{f(t)} dt = x$ .