

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Clasa a XII-a

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați modulul numărului complex  $z = (2 - i)(3 + 2i) - 4(1 + i)$ .
- 5p 2. Determinați valorile reale ale lui  $m$  pentru care  $x^2 - (2m + 1)x + m(m - 1) \geq 0$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2 \log_2 x - \log_x 2 = 1$ .
- 5p 4. Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi  $A$ , știind că mulțimea  $A$  are exact 16 submulțimi cu cel mult două elemente.
- 5p 5. Se consideră triunghiul  $ABC$ , punctul  $M$  mijlocul laturii  $BC$  și punctul  $N$  mijlocul segmentului  $AM$ . Demonstrați că  $2\overline{AN} + \overline{BN} + \overline{CN} = \vec{0}$ .
- 5p 6. Determinați  $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ , știind că  $1 + 3 \cos x = \cos 2x$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 2 & a & 4 \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + az = 2 \\ 2x + ay + 4z = 3 \end{cases}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(a)) = a(3 - a)$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p b) Pentru  $a = 0$ , demonstrați că sistemul de ecuații este incompatibil.
- 5p c) Determinați numerele întregi  $a$  pentru care sistemul de ecuații are soluție unică  $(x_0, y_0, z_0)$  și  $x_0, y_0$  și  $z_0$  sunt numere întregi.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x \circ y = \sqrt{x^2 y^2 + x^2 + y^2}$ .
- 5p a) Demonstrați că  $x \circ y = \sqrt{(x^2 + 1)(y^2 + 1)} - 1$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p b) Determinați perechile de numere naturale  $a$  și  $b$ , știind că  $a \circ b = 1$ .
- 5p c) Demonstrați că pentru orice număr natural  $n, n \geq 2$ , numărul  $\underbrace{1 \circ 1 \circ \dots \circ 1}_{1 \text{ de } n \text{ ori}}$  nu este natural.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2} - x + 1$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{x + 1 - \sqrt{x^2 + 2x + 2}}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}, x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Determinați imaginea funcției  $f$ .

2. Se consideră funcția  $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \ln(x+1)$ .

5p a) Calculați  $\int_1^2 \frac{(3x-2)f(x)}{\ln(x+1)} dx$ .

5p b) Arătați că  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{4}$ .

5p c) Calculați  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t^3} \int_0^t f(x) dx$ .