



EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: Romanian

Day: 1

Duminică, 11 aprilie 2021

Problema 1. Numărul 2021 este *fantabulos*. Dacă, pentru un număr întreg pozitiv m , cel puțin un element al mulțimii $\{m, 2m + 1, 3m\}$ este fantabulos, atunci toate elementele mulțimii sunt fantabuloase. Rezultă de aici că numărul 2021^{2021} este fantabulos?

Problema 2. Determinați toate funcțiile $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ care verifică relația:

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2,$$

pentru orice numere raționale x și y .

Aici, \mathbb{Q} desemnează mulțimea numerelor raționale.

Problema 3. Fie ABC un triunghi având unghiul A obtuz. Fie E și F intersecțiile bisectoarei exterioare a unghiului A cu înălțimile triunghiului ABC duse din B , respectiv C . Fie M și N punctele de pe segmentele EC , respectiv FB , pentru care $\angle EMA = \angle BCA$ și $\angle ANF = \angle ABC$. Demonstrați că punctele E, F, N, M sunt pe un același cerc.

Language: Romanian

Timp: 4 ore și 30 de minute
Fiecare problemă valorează 7 puncte

Pentru ca acest concurs să fie corect și plăcut pentru toți, vă rugăm să nu vă referiți la probleme pe Internet sau pe rețelele de socializare până marți, 13 aprilie, ora 15:00 (ora României).