

Examenul de bacalaureat național 2022

Proba E. c)

Matematică M_șt-nat

Barem de evaluare și notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele

punctajului indicat în barem.

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

1.	$a_3 + a_4 + a_5 = 9 \Rightarrow 3a_4 = 9 \Rightarrow a_4 = 3$ și $a_5 + a_6 + a_7 = 15 \Rightarrow 3a_6 = 15 \Rightarrow a_6 = 5$	4p
	$r = \frac{a_6 - a_4}{2} = 1$	1p
2.	$f(a^2 - 2a) = a^2 - 2a + 3$	2p
	$a^2 - 2a + 3 = 2 \Rightarrow a = 1$	3p
3.	$2^x + 4^{x-1} = 8 \Rightarrow 4^x + 4 \cdot 2^x - 32 = 0; 2^x = t > 0 \Rightarrow t^2 + 4t - 32 = 0$	3p
	$t_1 = -8 < 0$ și $t_2 = 4 \Rightarrow x = 2$	2p
4.	O cifră este pară și cealaltă cifră este impară. Cifra pară poate fi aleasă în două moduri, iar cea impară în trei moduri.	3p
	Se pot forma $2 \cdot 3 = 6$ numere.	2p
5.	$m_{AB} = -1$	2p
	$m \cdot m_{AB} = -1$ și $m = 1$ și ecuația $y = x$	3p
6.	$BC^2 = AB^2 + AC^2$	2p
	$R = \frac{BC}{2} = 10$	3p

SUBIECTUL al II-lea

1.a)	$M(1) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$	2 p
	$\det(M(1)) = -2$	3p
b)	$M(x)M(y) = (I_2 + xA)(I_2 + yA) = I_2 + xA + yA + xyA^2$	2p
	$A^2 = \begin{pmatrix} -3 & -6 \\ 6 & 12 \end{pmatrix} = -3A \Rightarrow M(x) \cdot M(y) = M(x + y - 3xy)$	3p
c)	$M(x) \cdot M(y) = M(x + y - 3xy) \Rightarrow x + y - 3xy = 2022$	1p
	x și y numere impare, $x = 2k + 1$, $y = 2p + 1$	2p
	$2k + 1 + 2p + 1 - 3(2k + 1)(2p + 1) = 2022 \Rightarrow -2(6pk + 2k + 2p) = 2023$, imposibil.	2p
2.a)	$1 * 2 = 26$	2p
	$26 * 6 = 6$	3p
b)	$x * 7 = x, \forall x \in \mathbb{R}$	2p
	$7 * x = x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 7 * x = x * 7 = x, \forall x \in \mathbb{R}$	3p
c)	$n * n = n^2 - 12n + 42 \Rightarrow n^2 - 12n + 42 = n \Rightarrow n^2 - 13n + 42 = 0$	3p
	$n_1 = 6 \in \mathbb{N}, n_2 = 7 \in \mathbb{N}$	2p

SUBIECTUL al III-lea

1.a)	$f'(x) = \left(\frac{1}{x} + \ln x\right)' = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}, x \in (0, +\infty)$	2 p
	$f'(x) = \left(\frac{1}{x} + \ln x\right)' = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x^2}, x \in (0, +\infty)$	3p
b)	Panta tangentei este egală cu 0; $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$.	3p
	$f(1) = 1$ și ecuația tangentei este $y = 1$.	2p
c)	$x_0 = 1$ este punct de minim global, $f(x) \geq f(1) = 1, \forall x \in (0, +\infty)$	2p
	$f(\sqrt{x}) \geq 1 \Rightarrow \ln \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 1 \Rightarrow \frac{\ln x}{2} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x}(2 - \ln x) \leq 2$	3p
2.a)	$\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx$	2p
	$\int_1^2 1 dx = 1$ și $\int_1^2 \left(-\frac{1}{x^2}\right) dx = -\frac{1}{2} \Rightarrow \int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \frac{1}{2}$	3p
b)	Fie F o primitivă oarecare a funcției $f, F'(x) = f(x), \forall x \in (0, +\infty)$	2p
	$F''(x) = f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} > 0, \forall x \in (0, +\infty) \Rightarrow F$ convexă pe $(0, +\infty)$	3p
c)	$\int_1^n (f(x) + xf'(x)) dx = \int_1^n [xf'(x)]' dx = [xf(x)]_1^n = nf(n) - f(1)$	2p
	$n^2 - 1 = 6n - 10 \Rightarrow (n-3)^2 = 0 \Rightarrow n = 3 \in \mathbf{N}$	3p