

**Examenul național de bacalaureat 2023**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Varianta 6**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**I. FELADATSOR**

**(30 punct)**

- 5p** 1. Számítsa ki az  $(a_n)_{n \geq 1}$  számtani haladvány  $a_3$  tagját, ha  $a_1 = 10$  és  $a_2 = 20$ .
- 5p** 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 4$  függvény. Igazolja, hogy  $f(0) + f(1) = 10$ .
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a  $\log_2(x-4) = \log_2 4$  egyenletet!
- 5p** 4. Egy termék ára 80 lej. Határozza meg a termék árát egy 20% -os árcsökkentés után!
- 5p** 5. Az  $xOy$  koordináta-rendszerben adottak az  $M(0,2)$  és  $N(3,6)$  pontok. Igazolja, hogy az  $M$  és  $N$  pontok közötti távolság 5.
- 5p** 6. Adott az  $A$ -ban derékszögű  $ABC$  háromszög, amelyben  $AB = 4$  és a  $C$  szög mértéke  $45^\circ$ . Igazolja, hogy az  $ABC$  háromszög területe 8.

**II. FELADATSOR**

**(30 punct)**

1. Adottak az  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  és  $A(a) = \begin{pmatrix} a & a+3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$  mátrixok, ahol  $a$  valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\det(A(2)) = 9$ .
- 5p** b) Igazolja, hogy  $A(a) + A(-a) = 2A(0)$ , bármely  $a$  valós szám esetén!
- 5p** c) Határozza meg azokat az  $a$  valós számokat, amelyekre  $\det(A(a) \cdot A(-1) - aI_2) = 0$ .
2. Adott az  $f = X^3 + 3X^2 + mX - 4$  polinom, ahol  $m$  valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $f(0) = -4$ , bármely  $m$  valós szám esetén!
- 5p** b) Határozza meg az  $m$  valós szám értékét tudva azt, hogy a  $-1$  gyöke az  $f$  polinomnak!
- 5p** c) Határozza meg azokat az  $m$  természetes számokat, amelyekre  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$ , ahol  $x_1$ ,  $x_2$  és  $x_3$  az  $f$  polinom gyökei!

**III. FELADATSOR**

**(30 punct)**

1. Adott az  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 3x + 4 + \ln x$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $f'(x) = \frac{(2x-1)(x-1)}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Határozza meg az  $f$  függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét, az  $f$  függvény grafikus képének  $x=1$  abszcisszájú pontjában!
- 5p** c) Igazolja, hogy  $f(x) \leq \frac{11}{4} - \ln 2$ , bármely  $x \in (0, 1]$  esetén!
2. Adott az  $f: \left(-\frac{3}{2}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x + \frac{6}{2x+3}$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{6}{2x+3}\right) dx = e(e^2 - 1)$ .
- 5p** b) Igazolja, hogy  $\int_{-1}^0 (f(x) - e^x) dx = 3 \ln 3$ .
- 5p** c) Igazolja, hogy a  $g: \left(-\frac{3}{2}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = (2x^2 + 3x)f(x)$  függvény grafikus képe, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x=0$  és  $x=1$  egyenletű egyenesek által közrezárt síkidom területe  $2(e+1)$ .