Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = 10$ și $a_2 = 20$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+4$. Arătați că $f(0)+f(1)=10$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x-4)=\log_2 4$.

5p **4.** Un produs costă 80 de lei. Determinați prețul produsului după o ieftinire cu 20%.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0,2)$ și $N(3,6)$. Arătați că distanța dintre punctele M și N este egală cu 5.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB=4$ și măsura unghiului C egală cu $45°$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 8.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a & a+3\\ -1 & 2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2))=9$.

5p **b)** Arătați că $A(a)+A(-a)=2A(0)$, pentru orice număr real a.

5p **c)** Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)\cdot A(-1)-aI_2)=0$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+3X^2+mX-4$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(0)=-4$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinați numărul real m, știind că -1 este rădăcină a polinomului f.

5p **c)** Determinați numerele naturale m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2>5$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+4+\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(2x-1)(x-1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $f(x)\leq\dfrac{11}{4}-\ln 2$, pentru orice $x\in(0,1]$.

2. Se consideră funcția $f:\left(-\dfrac{3}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+\dfrac{6}{2x+3}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_1^3\left(f(x)-\frac{6}{2x+3}\right)dx=e\left(e^2-1\right)$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_{-1}^0\left(f(x)-e^x\right)dx=3\ln 3$.

5p **c)** Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g:\left(-\dfrac{3}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\left(2x^2+3x\right)f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$ are aria egală cu $2(e+1)$.