

Anexa nr. 2

MINISTERUL EDUCAȚIEI**PROGRAMA PENTRU DISCIPLINA ȘCOLARĂ OPȚIONALĂ**
Sisteme de numerație**Clasele a V-a/a VI-a/a VII-a/a VIII-a**
învățământ gimnazial**București, 2023**

Notă de prezentare

Programa pentru disciplina opțională *Sisteme de numerație* se adresează elevilor claselor a V-a — a VIII-a, având alocată o resursă de timp de o oră pe săptămână, pe durata unui an școlar. Acesta este un opțional integrat, având scopul de a familiariza elevii cu o abordare alternativă a noțiunilor matematice și lingvistice, de a le deschide orizonturile gândirii critice și transdisciplinare și de a le aduce în prim-plan situații-problemă inedite într-o manieră ludică, prin studierea particularităților structurale ale sistemelor de numerație din diverse limbi și familii de limbi. Elevii vor învăța să își dezvolte gândirea logică și analogică, prin structurarea regulilor lingvistice și matematice care stau la baza reprezentării, a scrierii și a citirii numeralelor în diferite limbi.

În procesul de proiectare a acestei discipline opționale s-au avut în vedere profilul de formare al absolventului de gimnaziu, programele școlare în vigoare și setul de competențe-cheie pentru învățarea pe tot parcursul vieții reglementate la nivel european. Astfel, disciplina opțională este construită pe două direcții principale de dezvoltare a competențelor. Pe de-o parte, se are în vedere stimularea competențelor din domeniul matematicii, prin exersarea și aplicarea acestora cu scopul de a înțelege și de a investiga tipologia sistemelor de numerație din lume atât din perspectivă structurală, cât și din perspectivă matematică. Pe de altă parte, prin această disciplină opțională se pune accentul pe competențele multilingvistice și sociale, permițând elevilor să descopere varietatea lingvistică și culturală, existentă la nivel global. Astfel, printr-o abordare ludică, elevii vor conștientiza diversitatea limbilor lumii, prin intermediul sistemelor lor de numerație, precum și implicațiile culturale pe care aceasta le are, contribuind astfel la creșterea nivelului de empatie și la dezvoltarea unei perspective interculturale.

Parcursul acestei discipline opționale va favoriza motivația intrinsecă a elevilor legată de învățarea continuă, de a descoperi și rezolva noi situații-problemă, de a depăși gândirea stereotipă și de a face față cu succes unor provocări inedite.

Competențe generale

1. Analizarea diferitelor sisteme de numerație, printr-o abordare practică
2. Rezolvarea unor situații-problemă prin raționamente deductive și inductive

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

<p>1. Analizarea diferitelor sisteme de numerație, printr-o abordare practică</p> <p>1.1 Recunoașterea tipurilor de simboluri care stau la baza diferitelor sisteme de numerație: cifre romane, arabe, indiene, manipuri etc.</p> <ul style="list-style-type: none"> — recunoașterea numerelor scrise în diferite sisteme de reprezentare — reprezentarea unor numere folosind diverse sisteme — convertirea unui număr dintr-un sistem de numerație în altul/«transliterarea» unui număr dintr-un sistem de numerație în altul — alegerea tipului de reprezentare a numeralelor în funcție de contextul lingvistic și cultural/situații reale (scrierea secolelor cu cifre romane etc.)
<p>1.2 Identificarea particularităților de citire a numerelor în diferite sisteme de numerație</p> <ul style="list-style-type: none"> — identificarea diferențelor dintre reprezentarea unui număr și citirea acestuia în diferite sisteme lingvistice/limbi — exersarea utilizării noțiunilor de cifră, multiplicator, ordin, clasă — descompunerea numerelor în diferite sisteme de numerație în bază 10 — citirea numerelor în sisteme care folosesc diferite tipuri de topică ordin – multiplicator — citirea numerelor în sisteme care folosesc diferite tipuri de topică a ordinelor și a claselor — identificarea modului de marcare a operațiilor matematice în citirea numărului
<p>1.3 Analizarea modului de formare a numerelor în sisteme de numerație în alte baze decât baza 10</p> <ul style="list-style-type: none"> — identificarea conceptului de bază și a diferitelor contexte reale de utilizarea a acestora (de exemplu: ADN, calculatoare, horoscop, ceas etc.) — descompunerea numerelor în sisteme de numerație diferite de baza 10 — transformări dintr-o bază de numerație în alta — observarea asemănărilor și a diferențelor în citirea numerelor, utilizând diferite sisteme de numerație — compararea diferitelor sisteme de numerație
<p>2. Rezolvarea de situații-problemă prin raționamente deductive și inductive</p> <p>2.1. Efectuarea unor operații aritmetice de bază cu numere reprezentate în diverse sisteme de numerație</p> <ul style="list-style-type: none"> — realizarea de adunări cu numere scrise în diferite sisteme de numerație — scăderea numerelor scrise în diferite sisteme de numerație — înmulțirea numerelor scrise în diferite sisteme de numerație
<p>2.2. Aplicarea unor raționamente inductive sau deductive în vederea rezolvării de probleme de lingvistică care vizează sisteme de numerație</p> <ul style="list-style-type: none"> — interpretarea informațiilor primite pentru rezolvarea problemelor — alcătuirea schemei structurale a sistemelor de numerație din punct de vedere lingvistic — reconstituirea unor operații date în diferite contexte/în funcție de criterii date — formularea regulilor care stau la baza sistemului de numerație — extrapolarea regulilor identificate în alte contexte pentru rezolvarea sarcinii de lucru

Conținuturi

Domenii de conținut	Conținuturi
Istoricul sistemelor de numerație. Tipuri de reprezentare a cifrelor	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Tipuri de civilizații și sistemele lor de numerație: <ul style="list-style-type: none"> — civilizația babiloniană — civilizația arabă — civilizația romană — alte civilizații ▪ Tipuri de cifre și reprezentări numerice: <ul style="list-style-type: none"> — cifre arabe — cifre romane — cifre manipuri — numerale inuite — alte reprezentări
Particularități de citire a numerelor	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Ordin, clasă, multiplicator: <ul style="list-style-type: none"> — ordinea constituenților în citirea și scrierea numeralelor — topica dintre ordin și multiplicator ▪ Adunarea, scăderea și înmulțirea numerelor ▪ Tipuri de numerație în baza 10
Alte baze de numerație	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Baze de numerație în viața de zi cu zi ▪ Sisteme de numerație în alte baze decât baza 10 ▪ Sisteme de numerație cu bază și sub-bază

Sugestii metodologice

În proiectarea și desfășurarea activităților se vor avea în vedere experiența și achizițiile dobândite anterior de către elevi. De asemenea, se va urmări ca învățarea să se facă în cea mai mare parte prin descoperire și problematizare, îmbinând nivelul intuitiv cu rigoarea științifică, evitându-se abordările specifice domeniului, precum și teoretizarea excesivă sau memorarea unor concepte matematice/lingvistice.

În proiectarea activităților de învățare se va pune accent pe partea practică, aplicativă (pot fi utilizate materiale didactice pentru exemplificarea ordinului și a trecerii peste ordin), abordarea intuitivă reprezentând o formă imediată de cunoaștere care oferă posibilitatea de a organiza și de a gestiona informații în scopul construirii unei reprezentări schematice care să conducă la rezolvarea problemei. Se recomandă ca acțiunile didactice care au ca rezultat noile achiziții să fie proiectate având ca bază de pornire analogiile și abilitățile de transfer lingvistic ale elevului. Astfel, acestuia i se va dezvolta abilitatea de a fi capabil să organizeze, să ierarhizeze și să gestioneze informații nestructurate în scopul unei reprezentări schematice a acestora, etapă necesară în formularea de idei și generarea de metode care vor conduce la soluționarea problemelor. Intuiția este o primă etapă a înțelegerii unor informații sau rezultate, necesară în formarea și dezvoltarea raționamentului, de aceea se va insista pe abordarea unor metode de rezolvare a problemelor care să valorifice această capacitate.

Abordarea conținuturilor trebuie făcută gradual, adaptată la nivelul cognitiv al elevului, în măsura în care acestea constituie un mijloc de dezvoltare a competențelor specifice. Se recomandă utilizarea „hărților lingvistice” pentru a permite elevului să își formeze și o imagine a „geografiei și a istoriei” numerelor și sistemelor de numerație.

Se recomandă ca în procesul didactic strategiile/metodele de învățare clasice (învățare intuitivă, brainstorming, conversație euristică, problematizare, lucru în echipă, concursuri etc.) să fie complementate de utilizarea calculatorului/internetului în scopul formării și dezvoltării competențelor digitale ale elevilor.

Evaluarea se va face prin metode diverse: observarea continuă a activității elevului, discuții frontale, activități desfășurate în echipe, lucrări scrise, portofoliu cu rezolvările problemelor propuse. Fiind un curs opțional, se recomandă să fie pus mai mult accent pe funcțiile motivațională și informațională ale evaluării.

În proiectarea activităților de învățare se pot alege demersuri inductive sau deductive. Având în vedere faptul că elevii nu trebuie să memoreze sistemele de numerație cu care operează, accentul va cădea pe formarea competenței de rezolvare de probleme, pe deprinderea unui algoritm de lucru, astfel încât să poată rezolva probleme care includ sisteme de numerație necunoscute. În acest sens, evidențierea pașilor/a etapelor realizate în rezolvarea problemelor (gândirea cu voce tare) este esențială. De asemenea, este nevoie ca profesorul să ofere elevilor un feedback formativ, care să evidențieze aspectele pozitive pe care le-au făcut elevii și să descrie punctele slabe, prezentând și soluții concrete de remediere a acestor deficite. În felul acesta, elevii își vor dezvolta atât competențele prevăzute în prezenta programă, cât și competența de autoevaluare.

În rezolvarea problemelor, pentru familiarizare, profesorul le poate prezenta elevilor câteva informații legate de zona unde este utilizat sistemul de numerație, un scurt istoric, informații culturale care derivă din folosirea respectivului sistem de scriere (precum citirea de la stânga la dreapta sau invers care se află în legătură cu poziționarea geografică etc.) sau alte aspecte sugestive pentru rezolvarea problemelor, fără a se insista însă pe o încărcătură informațională. De subliniat este faptul că nu este necesar ca elevii să rețină informațiile prezentate, acestea având doar rol de contextualizare.

În evidențierea pașilor și, implicit, în rezolvarea problemelor nu este nevoie ca elevul să cunoască sau să utilizeze o terminologie specifică limbii respective sau specifică domeniului lingvistic (de altfel, în cadrul competițiilor nu se punctează folosirea termenilor lingvistici, ci prezentarea modului de rezolvare). Important este ca elevul să poată prezenta modul în care a ajuns la soluțiile prezentate. Altfel spus, să poată susține argumentat soluția la care a ajuns. În același timp, este important ca elevul să fie capabil să rezume toate informațiile descoperite într-o manieră schematică, prezentând în scris doar regulile descoperite.

Evaluarea nivelului de formare a competențelor se poate face prin metode alternative de evaluare, precum portofoliul, chestionarul, cu accent pe autoevaluare. De asemenea, utilizarea itemilor subiectivi, de tip rezolvare de probleme, este de bază, cu atât mai mult cu cât competențele vizează acest aspect, iar evaluarea se poate realiza prin intermediul unui test docimologic sau prin observare curentă.

Glosar

- *reprezentarea unui număr* se referă la scrierea unui număr cu un set de simboluri (cifre). Diferite limbi pot folosi același sistem de reprezentare. De exemplu, în Europa, numerele se reprezintă în **cifre arabe** (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), indiferent de limbă.
- *citirea unui număr* se referă la scrierea în cuvinte a numărului într-o anumită limbă, așa cum este el pronunțat. Același reprezentare a unui număr poate fi citită în diferite moduri, în funcție de limba la care facem referire. De exemplu, numărul reprezentat ca 234 este citit diferit în română (*două sute treizeci și patru*), engleză (*two hundred thirty-four*), germană (*zweihundertvierunddreißig*) etc.

Redăm trei tipuri de probleme alături de rezolvarea lor pas cu pas, dar și modelul de redactare a acestora. Abordarea progresivă, etapizată de tip *step by step*, reprezintă raționamentul pe care elevul trebuie să îl urmeze în rezolvarea problemei și care îl va conduce la soluția corectă. În schimb, redactarea este ceea ce elevul trebuie să scrie pe lucrare/foaie de concurs în momentul în care rezolvă o problemă de lingvistică. Trebuie menționat că în cadrul competițiilor școlare de lingvistică, explicarea pașilor rezolvării și a raționamentului **nu** sunt necesare, elevul trebuind doar să redea regulile și tiparele descoperite pentru a explica corpusul dat.

Problema 1 operează cu sistemul pentimal, un tip de reprezentare folosit în Scandinavia. Această problemă se subscie competenței specifice 1.1., respectiv primelor trei exemple de activități de învățare. În primă etapă, elevii trebuie să recunoască numerele scrise în acest sistem, înțelegând regulile necesare convertirii unui număr din sistemul pentimal în sistemul uzual, respectiv cel în baza 10, scris cu cifre arabe. Pentru rezolvarea cerinței (b), elevii trebuie să fie capabili să reprezinte anumite numere în acest sistem.

Problema 2 vizează reconstituirea unei adunări în funcție de anumite criterii date, activitate de învățare subscrisă competenței specifice 2.2.

Problema 3 reprezintă o problemă complexă ce îmbină șase activități de învățare. Pe de-o parte, elevii trebuie să înțeleagă modul de citire a numerelor în limba carelă, incluzând topica dintre ordin și multiplicator precum și identificarea modului de marcarea a adunării și a înmulțirii. Pentru a face acest lucru, elevii trebuie, de asemenea, să poată opera cu concepte precum *cifră*, *multiplicator*, *ordin*. Mai mult, pe lângă rezolvarea problemei, elevii trebuie să descrie regulile sau tiparele observate, trebuind astfel să alcătuiască schema structurală a acestui sistem de numerație, din punct de vedere lingvistic, să formuleze regulile care stau la baza acestui sistem de numerație și, în final, să extrapoleze aceste reguli pentru a rezolva cerința dată.

Problema 4 evidențiază folosirea numerelor în contexte din afara sferei matematice, în acest caz pentru citirea orei în limba germană. Astfel, această problemă aduce în cotidian conceptele cu care elevii au operat până acum, fiind puși în fața unei situații din viața de zi cu zi. Similar problemei 3, această problemă combină mai multe activități de învățare, de la identificarea diferențelor de citire a numerelor (sau, specific, de citire a orei) în limba germană comparativ cu limba română până la formularea regulilor care stau la baza sistemului de numerație.

Problema 1. Sistemul pentimal (autor: Vlad A. Neacșu)

Sistemul pentimal este un tip de reprezentare a numerelor folosit în Scandinavia. Mai jos sunt date câteva numere scrise în sistemul pentimal, precum și valorile lor scrise cu cifre arabe, în ordine aleatorie:

a.	$\overline{P}\overline{P}$	i.	12
b.	$\overline{E}\overline{P}$	ii.	47
c.	$\overline{P}\overline{P}$	iii.	55
d.	$\overline{P}\overline{P}$	iv.	68
e.	$\overline{P}\overline{P}$	v.	76
f.	$\overline{P}\overline{P}$	vi.	85

Cerințe:

- (a) Determinați corespondențele corecte care se stabilesc între cele două coloane.
 (b) Scrieți în sistemul pentimal numerele 16, 34, 83, 92.

Sugestie de rezolvare:

Observăm că unul dintre exemple (punctul e.) este alcătuit din două caractere identice, iar, în lista de numere arabe, avem numărul 55 care, la rândul lui, conține două cifre identice.

Putem presupune astfel că e. corespunde numărului 55, de unde deducem că $5 = \overline{P}$.

Știind caracterul pentru 5, observăm că există un singur alt număr care conține cifra 5, anume 85. Astfel, acesta trebuie să corespundă exemplului d. De aici deducem două informații importante:

- cifra 8 este reprezentată prin \overline{P} ;
- scrierea numeralelor în sistemul pentimal respectă aceeași ordine ca în limba română, notându-se întâi cifra zecilor, apoi cea a unităților.

Observăm că cifra 8 apare într-un singur alt exemplu, rezultând că a. = 68 și, deci, $6 = \overline{P}$. Continuând același raționament, deducem că f. = 76 și $7 = \overline{P}$. Urmează b. = 47 și $4 = \overline{E}$.

Rămâne un singur număr neatribuit, anume exemplul c. Acesta trebuie să corespundă numărului 12, și știind că cifra zecilor este scrisă înaintea celei a unităților, deducem că $1 = \Gamma$ și $2 = \text{P}$.

Astfel, corespondențele corecte sunt: a. – iv., b. – ii., c. – i., d. – vi., e. – iii., f – v.

Pe baza informațiilor de până acum, putem alcătui un tabel cu modul de reprezentare a cifrelor în sistemul pentimal:

1	2	4	5	6	7	8
Γ	P	F	P	P	PF	PF

În plus, observăm că la cerința (b) ni se cere să scriem numere ce conțin cifrele 3 și 9, care nu se regăsesc în exemplele date. Deducem, așadar, că, în baza unor raționamente inductive, trebuie să aflăm modul de formare a acestor cifre.

Acest lucru se face cu ușurință, uitându-ne la tabelul de mai sus. Astfel, toate cifrele pornesc de la o linie verticală. Pentru cifrele de la 1 la 4, se adaugă 1–4 linii orizontale. Cifra 5 are, ca formă de bază, caracterul P , iar pentru a obține cifrele de la 6 la 9 se adaugă numărul de linii corespunzător (pentru cifra 5 + X se adaugă X linii).

Astfel, simbolurile lipsă sunt: $3 = \text{F}$, $9 = \text{P}\text{F}$.

Putem corobora acum toate informațiile necesare rezolvării cerinței (b), respectiv lista simbolurilor corespunzătoare celor 9 cifre, precum și faptul că întâi se scrie cifra zecilor, urmată de cifra unităților, răspunsurile pentru cerința (b) sunt:

$$16 = \Gamma\text{P}, 34 = \text{F}\text{F}, 83 = \text{P}\text{F}, 92 = \text{P}\text{P}$$

Modalitate de redactare:

(a) a-iv, b-ii, c-i, d-vi, e-iii, f-v.

$$(b) 16 = \Gamma\text{P}, 34 = \text{F}\text{F}, 83 = \text{P}\text{F}, 92 = \text{P}\text{P}$$

Reguli:

$10X + Y$ este scris XY . (Alternativ: „ordinea cifrelor este zeci - unități”).

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ	P	F	F	P	P	PF	PF	PP

Problema 2. Reconstituirea operațiilor (autor: Steluța Neacșu)

Reconstituți operația:

$$\begin{array}{r}
 A \quad B \quad + \\
 A \quad B \\
 A \quad B \\
 \hline
 C \quad C \quad C
 \end{array}$$

Sugestie de rezolvare:**a. În rezolvarea acestui gen de probleme se ține cont de următoarele aspecte:**

- literele sau simbolurile utilizate țin locul cifrelor;
- prima literă sau simbol nu poate fi 0;
- în cadrul aceleiași operații, o literă sau un simbol corespunde aceleiași cifre, dar diferită de toate celelalte;
- dacă în tot exercițiul este utilizată o singură literă sau un singur simbol, acesta poate reprezenta cifre diferite;
- în acest tip de probleme este folosită, în general, baza 10, dar nu neapărat. În acest caz, fie este specificată baza de numerație, fie enunțul conține informații care fac deductibilă baza de numerație.

b. Se analizează datele:

- termenii sunt numere identice de două cifre;
- suma este un număr de trei cifre identice;

c. Se fac deducții logice pe baza analizei de la pasul 1:

- cea mai mică valoare a sumei celor trei termeni este 30, iar cea mai mare este 294;
- suma este unul dintre numerele 111, 222, ..., 999;
- putem avea trecere peste ordin.

Pe baza pașilor anteriori, se încearcă eliminarea, prin raționament logic, a numărului de posibilități: deoarece cel mai mare număr AB este 98, iar $98 + 98 + 98 = 294$, înseamnă că C nu poate lua decât valorile 1 sau 2.

Se rescrie problema, utilizând noile informații:

$$\text{I.} \quad AB + AB + AB = 111 \text{ sau}$$

$$\text{II.} \quad AB + AB + AB = 222.$$

Se finalizează raționamentul și se notează soluțiile:

$$\text{I.} \quad 3 \cdot AB = 111, \text{ deci } AB = 37, \text{ rezultând } A = 3, B = 7, C = 1.$$

$$\text{II.} \quad 3 \cdot AB = 222, \text{ deci } AB = 74, \text{ rezultând } A = 7, B = 4, C = 2.$$

Problema 3. Carelă (Graeme Trousdale, Olimpiada de Lingvistică din Regatul Unit - UKLO, 2015; traducere și adaptare în limba română de Vlad A. Neacșu)

Limba carelă este o limbă fino-ugrică vorbită în Rusia de aprox. 35 600 de persoane. În organizatorul grafic de mai jos sunt date câteva numere scrise în limba carelă:

$$1 = \text{yksi} \qquad 18 =$$

$$2 = \text{kakši} \qquad 19 =$$

3 =	23 = kakšikymmendä kolme
4 = neljä	28 =
5 = viizi	36 = kolmekymmendä kuuži
6 = kuuži	44 =
7 =	52 =
8 =	58 = viizikymmendä kahekšan
9 = yhekšän	60 =
10 = kymmenen	67 = kuužikymmendä seiččemän
11 = yksitoista	74 =
12 = kakšitoista	80 =
13 = kolmetoista	81 = kahekšankymmendä yksi
14 = neljätoista	92 = yhekšänkymmendä kakši
15 =	99 =

(a) Completați spațiile libere din tabel.

Notă: **š** = ș, **č** = ce din *ceai*, **ž** = ge din *geam*, **ä** și **y** sunt vocale.

Sugestie de rezolvare:

Uitându-ne la numerele 11-14, observăm că toate se termină în morfemul / secvența -**toista**. În plus, comparând perechile de exemplele 1 – 11, 2 – 12 și 4 – 14, putem deduce că numerele între 11 și 19 se formează prin adăugarea sufixului **-toista** la cifra unităților. Cu alte cuvinte, putem formula regula: 10 + X se scrie **X-toista**, cu X între 1 și 9 (putem scrie $X = \underline{1,9}$). Pe baza acestei reguli, putem completa tabelul cu numeralele 3 (**kolme**), 15 (**viizitoista**) și 19 (**yhekšäntoista**).

Rămâne să descoperim cum se formează numeralele mai mari decât 20. Pe baza informațiilor de până acum, este ușor de observat că acestea sunt formate din două cuvinte și că al doilea cuvânt reprezintă cifra unităților (comparând exemplele 3 – 23, 6 – 36, 1 – 81, 2 – 92). Astfel, deducem că 7 = **seiččemän** (deoarece este al doilea cuvânt din scrierea numărului 67) și 8 = **kahekšan** (din scrierea numărului 58).

Știind că al doilea cuvânt reprezintă unitățile, ne așteptăm ca primul cuvânt să reprezinte zecile. Astfel, 20 = **kakšikymmendä**, 30 = **kolmekymmendä**, 50 = **viizikymmendä**. Comparând aceste cuvinte cu formele cifrelor 2, 3 și 5, observăm că zecile se formează prin adăugarea sufixului **-kymmendä**. Cu alte cuvinte, putem scrie regula $10X = X\text{-kymmendä}$.

Nu în ultimul rând, trebuie să menționăm că ordinea de alcătuire a numeralelor este zeci – unități. Altfel spus, întâi se scriu zecile, iar apoi unitățile.

Modalitate de redactare:

Reguli:

$10 + X = X\text{-toista}$

$X = \overline{1,9}$

$10X = X\text{-kymmendä}$

$X = \overline{2,9}$

$10X + Y = X\text{-kymmendä } Y$

$X = \overline{2,9}, Y = \overline{1,9}$

(a)

1 = yksi	18 = kahekšantoista
2 = kaksi	19 = yhekšantoista
3 = kolme	23 = kakšikymmendä kolme
4 = neljä	28 = kakšikymmendä kahekšan
5 = viisi	36 = kolmekymmendä kuuži
6 = kuuži	44 = neljäkymmendä neljä
7 = seiččemän	52 = viizikymmendä kaksi
8 = kahekšan	58 = viizikymmendä kahekšan
9 = yhekšän	60 = kuužikymmendä
10 = kymmenen	67 = kuužikymmendä seiččemän
11 = yksitoista	74 = seiččemänkymmendä neljä
12 = kaksitoista	80 = kahekšankymmendä
13 = kolmetoista	81 = kahekšankymmendä yksi
14 = neljätoista	92 = yhekšänkymmendä kaksi
15 = viizitoista	99 = yhekšänkymmendä yhekšän

Problema 4. Germană (autor: Vlad A. Neacșu)

Limba germană aparține grupului vestic al limbilor germanice. Aceasta formează împreună cu neerlandeza un continuum dialectal. Limba germană este vorbită ca limbă maternă de majoritatea populației în Germania, Austria, Elveția, Luxemburg și Liechtenstein, în estul Belgiei, în sudul Danemarcei, în nordul Italiei, în voievodatul Opole al Poloniei și în regiunile Alsacia și Lorena din Franța. De asemenea, germana e vorbită ca limbă maternă de 45 mii de persoane în Cehia și de cca 110 mii de persoane în Ungaria. În România, limba germană este vorbită de circa 60 mii de persoane.

În timp ce Mihai călătorește în Germania, pe parcursul unei zile, acesta întreabă diferite persoane *Cât este ceasul?* (**Wie viel Uhr ist es?**). Mai jos sunt date răspunsurile pe care le-a primit, precum și traducerea acestora în limba română:

1.	vier nach sieben	<i>șapte și patru (minute)</i>
2.	fünfundzwanzig nach acht	<i>opt și douăzeci și cinci (de minute)</i>
3.	halb zehn	<i>nouă și jumătate</i>
4.	vier vor zehn	<i>zece fără patru (minute)</i>

5.	vierzig nach zehn	<i>zece și patruzeci (de minute)</i>
6.	dreizehn vor neun	<i>nouă fără treisprezece (minute)</i>
7.	zweiundfünfzig nach acht	<i>opt și cincizeci și două (de minute)</i>
8.	drei nach neun	<i>nouă și trei (minute)</i>

(a) Traduceți în limba română:

9. **dreiundvierzig nach vierzhen**

10. **halb sieben**

11. **achtzehn vor drei**

(b) Traduceți în limba germană:

12. *opt și jumătate*

13. *șapte și cincisprezece (minute)*

14. *treisprezece fără douăzeci și șapte (de minute)*

Notă: Litera **ü** se pronunță asemănător grupului *iu* din *ianie*.

Sugestie de rezolvare:

Pasul 1. Se încearcă descoperirea topicii și, eventual, a unor conectori / conjuncții.

Se remarcă în toate construcțiile cu excepția celei de-a doua, prezența cuvintelor **nach** sau **vor**. Putem, așadar, deduce că acestea se traduc prin *și* și *fără*. Observând că toate construcțiile care au în germană particula **nach** (1, 2, 5, 7, 8) au în română particula *și*, iar toate construcțiile care au în germană particula **vor** au în română particula *fără* putem deduce că **nach** = *și*, iar **vor** = *fără*.

Uitându-ne la structurile 2 și 7, observăm că se repetă a doua parte a traducerii, **nach** **acht**. Deducem că în limba germană întâi se scriu minutele, după care se scrie ora.

Pasul 2. După aflarea topicii, încercăm să construim un dicționar, să aflăm traducerea a cât mai multe cuvinte.

Bazându-ne pe regulile descrise mai sus, din construcția 8 putem deduce că **neun** = *nouă* și **drei** = *trei*.

Similar, din 1 deducem: **vier** = *patru*, **sieben** = *șapte*, din 2 deducem: **acht** = *opt*, **fünfundzwanzig** = *douăzeci și cinci*, din 4: **zehn** = *zece*, din 5: **vierzig** = *patruzeci*, din 6: **dreizehn** = *treisprezece*, din 7: **zweiundfünfzig** = *cincizeci și doi*, iar din 3: **halb** = *jumătate*.

Pasul 3. Analizăm posibilele cazuri speciale.

Uitându-ne la construcția 3 vedem că traducerea acesteia în germană este **halb zehn**. Întrucât am aflat deja că **zehn** = *zece*, observăm că pentru orele de forma *și jumătate* se folosește în germană **halb** urmat de ora imediat următoare; cu alte cuvinte, ora *X și jumătate* se traduce în germană ca **halb (X+1)**.

Pasul 4. Se încearcă începerea rezolvării cerințelor.

La cerința (a) observăm că apar trei cuvinte necunoscute: **achtzehn**, **vierzehn**, **dreiundvierzig**. Așadar, deducem că trebuie să căutăm și anumite reguli de formare a unor cuvinte sau, mai specific, modul în care se formează numerele compuse (mai mari ca 10).

Observăm că **vierzig** (*patruzeci*) este compus din **vier** (*patru*) și sufixul **zig**. Deducem că **zig** marchează zecile.

Uitându-ne la traducerea numeralelor *douăzeci și cinci*, respectiv *cincizeci și doi* observăm că ambele conțin particulele **und** și **zig**. De asemenea, ambele au în rest particulele **zwei** (respectiv **zwan**) și **fünf**, dar în altă ordine. Cum deja am descoperit că **zig** se referă la numărul de zeci, iar această particulă este atașată la finalul cifrei zecilor, deducem că în germană întâi se citesc întâi unitățile, iar apoi zecile. Așadar deducem că **zwei** = *doi* și **fünf** = *cinci*. Rămâne neexplicată particula **und**, despre care putem presupune că este o particula de legătură între unități și zeci, similară cu *și* din română (*douăzeci și șapte*).

Observăm, de asemenea, că **zwanzig** (*douăzeci*) este un caz special, formându-se neregulat (cuvântul *douăzeci* în germană este **zwanzig**, deși ne-am aștepta să fie ***zweizig**).

Așadar, putem scrie regula: $10X + Y = Y\text{—und—}X\text{—zig}$, unde X este între 2 și 9, iar Y este între 1 și 9, cu mențiunea că pentru $X = 2$, forma folosită este **zwan**, nu **zwei**. Deducem că **dreiundvierzig** = *patruzeci și trei*

De asemenea observăm că numeralul *treisprezece* (**dreizehn**) este alcătuit din particulele **drei** (*trei*) și **zehn** (*zece*). Așadar, putem deduce regula de formare a numeralelor între *unsprezece* și *nouăsprezece*, putând scrie astfel regula: $10 + X = X\text{—zehn}$, unde X este între 1 și 9. Mai departe, deducem că **vierzehn** = *paisprezece*, iar **achtzehn** = *optsprezece*.

Model de redactare:

Reguli:

X și Y (*minute*) = Y **nach** X

X fără Y (*minute*) = Y **vor** X

X și jumătate = **halb** ($X+1$)

$10 + X = X\text{—zehn}$ $X \in \overline{1,9}$

$10X + Y = Y\text{—und—}X\text{—zig}$ $X \in \overline{2,9}$; $Y \in \overline{1,9}$; pentru $X = 2$: **zwei** > **zwan**

(a) 9. *paisprezece și patruzeci și trei (de minute)*

10. *șase și jumătate*

11. *trei fără optsprezece*

(b) 12. **halb neun**

13. **fünfzehn nach sieben**

14. **siebenundzwanzig vor dreizehn**

Resurse bibliografice (selectiv):

1. Chrisomalis, Stephen, *Numerical Notation: A Comparative History*, Cambridge, Cambridge University Press, 2010;
2. Ifrah, Georges, *Histoire universelle des chiffres*, SEGHERS, 1981;
3. Ifrah, Georges, *Les chiffres*, Éditions Robert Laffont, 1985;
4. Neacșu, Vlad Andrei, *Olimpiada de Lingvistică. Ghid de Pregătire*, București, Editura Universității din București – Bucharest University Press, București, 2022;
5. Way, Steve; Law, Felicia, *Matemagia – Numere și alte enigme și poveștile din spatele lor*, București, Didactica Publishing House, 2021;
6. Zaslavsky, Claudia, *Africa counts: number and pattern in African cultures*, Chicago, Chicago Review Press, 1999;
7. https://cester.utcluj.ro/lectures/ComputerProgramming_I/02_baze_numeratie.pdf
8. https://ro.wikipedia.org/wiki/Numera%C8%9Bia_greac%C4%83
9. <http://gandirelogica.blogspot.com/2011/03/istoria-numerelor-partea-1.html>
10. <http://www.sf.airnet.ne.jp/~ts/language/number.html>

Grupul de lucru

Nume și prenume	Instituția de apartenență
Roxana-Ștefania Ciobanu	Colegiul Național <i>Spiru Haret</i> , București
Constantin-Ciprian Nistor	Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație
Vlad Andrei Neacșu	<i>City University of Hong Kong</i> , Hong Kong SAR
Eleonora Steluța Neacșu	Colegiul Energetic, Râmnicu Vâlcea
Ana-Maria Udrescu	Colegiul Energetic, Râmnicu Vâlcea