

Anexa nr. 3

MINISTERUL EDUCAȚIEI

PROGRAMA PENTRU DISCIPLINA ȘCOLARĂ OPȚIONALĂ
Matematică în natură și arte

**Clasele a VII-a/a VIII-a,
învățământ gimnazial**

București, 2023

Notă de prezentare

Programa pentru disciplina opțională *Matematică în natură și arte* se adresează elevilor claselor a VII-a și a VIII-a, având alocată o resursă de timp de o oră pe săptămână, pe durata unui an școlar. Prezenta programă este în concordanță cu noua viziune centrată pe formarea de competențe. În proiectarea acestui opțional integrat s-au avut în vedere profilul de formare al absolventului de gimnaziu, programele școlare în vigoare, precum și competențele-cheie de învățare pe tot parcursul vieții definite în Recomandarea Consiliului Uniunii Europene din 22 mai 2018.

Această disciplină școlară opțională urmărește dezvoltarea unor noi competențe inter- și transdisciplinare, prin corelarea specificului mai multor arii curriculare: matematică și științe ale naturii, respectiv arte. Astfel, profesorului îi este oferită posibilitatea de a le prezenta elevilor și a îi ajuta să descopere, să aprofundeze sau să extindă seturile de competențe ale disciplinelor prevăzute în planurile-cadru de învățământ. În plus, această disciplină opțională contribuie la consolidarea unei culturi generale care conduce la dezvoltarea sensibilității și la creșterea înțelegerii diversității culturale.

La matematică, fiind disciplină de examen, numărul orelor alocate pentru corelarea conținuturilor matematice cu alte discipline tinde să devină din ce în ce mai mic, iar elevii percep matematica drept obiect de studiu de sine stătător, fără aplicabilitate practică, cu atât mai puțin corelând-o cu artele sau natura. De asemenea, disciplinele biologie și educație plastică se sprijină pe aparatul matematic pe care elevii îl au însușit deja, dar fără a se puncta neapărat rolul pe care matematica l-a jucat în obținerea rezultatelor specifice disciplinelor pe care ei le studiază (de exemplu, asemănarea la perspectivă, probabilități la genetică). Această programă de opțional își propune să coreleze între ele conținuturi studiate din diferite arii curriculare și să dezvolte noi competențe.

În predarea matematicii se pierde, de obicei, din vedere componenta ludică a activității didactice și a conținuturilor, disciplina fiind percepută, în general, de elevi ca aridă, neprietenoasă și fără utilitate practică. Această disciplină își propune să integreze matematica în viața cotidiană, să dezvolte elevilor motivația intrinsecă legată de actul învățării, știut fiind că ceea ce înveți de plăcere nu uiți niciodată. Disciplina opțională încurajează învățarea prin descoperire și studiu practic, dezvoltând abilitățile specifice mai multor discipline în vederea clarificării unei probleme din mai multe perspective, a formării unei gândiri inter- și transdisciplinare și a stimulării curiozității. Disciplinele de studiu completează, fiecare în funcție de propriul specific, procesul de învățare în vederea clarificării temelor investigate.

Interdisciplinaritatea este parte componentă a unui învățământ modern care are ca scop, la finalul traseului educațional, o integrare optimă a elevului în familie și societate. O cunoaștere holistică a lumii aduce cu sine o înțelegere profundă a micro- și macrocosmosului, a reperelor științifice și morale, precum și o adaptabilitate la condițiile sociale și economice actuale.

Această disciplină școlară opțională aduce plus-valoare prin contribuția directă la dezvoltarea cadrului curricular existent, prin abordarea integrată și prin promovarea competențelor-cheie pentru integrarea viitoare a elevilor pe piața muncii.

Prin parcurgerea acestei discipline opționale, elevii vor exersa activități de învățare al căror specific este inter- și transdisciplinar, acestea permițându-le să dobândească achiziții cognitive superioare.

Competențe generale

- 1. Aplicarea conceptelor matematice în descrierea și explicarea unor noțiuni din artă și a relațiilor cu mediul natural**
- 2. Explicarea operelor de artă și a realității, prin realizarea unor legături conceptuale intra- și interdisciplinare cu disciplinele STEM**
- 3. Rezolvarea de probleme în cadrul unor investigații prin observarea și generalizarea unor modele sau regularități din mediul apropiat**

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

<p>1. Aplicarea conceptelor matematice în descrierea și explicarea unor noțiuni din artă și a relațiilor cu mediul natural</p>
<p>1.1 Identificarea elementelor matematice în construcții arhitecturale remarcabile și în natură</p> <p>— vizionarea și discutarea unor materiale video sau albume care au drept conținut construcții remarcabile și picturi celebre: Capela Palatină din Sicilia, Marea Moschee din Cordoba, Mona Lisa etc.</p> <p>— punerea în evidență a unor elemente de construcții geometrice observabile în construcții remarcabile și picturi celebre</p> <p>— studierea în natură sau cu ajutorul unor imagini a dispunerii frunzelor și petalelor și corelarea acestor observații cu noțiuni matematice</p> <p>— măsurarea diverselor părți ale corpului și efectuarea raportului dintre rezultatele obținute</p>
<p>1.2 Efectuarea de observații și calcule pentru obținerea termenilor din șirul lui Fibonacci</p> <p>— scurtă istorie despre Fibonacci și numărul de aur</p> <p>— definirea intuitivă a numărului de aur pornind de la împărțirea unui segment, respectiv de la fracții parțiale sau radical infinit</p>
<p>1.3 Utilizarea instrumentelor pentru construcții geometrice</p> <p>— folosirea riglei și a compasului pentru împărțirea în părți egale a unui segment, unghi sau cerc</p> <p>— construirea cu rigla și compasul a poligoanelor regulate: pătrat, pentagon, hexagon etc.</p>
<p>2. Explicarea operelor de artă și a realității, prin realizarea unor legături conceptuale intra- și interdisciplinare cu disciplinele STEM</p>
<p>2.1. Realizarea unor elemente de arhitectură cu ajutorul instrumentelor de geometrie</p> <p>— utilizarea construcțiilor cu rigla și compasul pentru obținerea modelelor decorative întâlnite la Marea Moschee din Cordoba, Capela Palatină din Sicilia, Marea Moschee din Damasc, Palatul Alhambra din Granada etc.</p>
<p>2.2. Analizarea unor elemente din natură și artă care „respectă” șirul lui Fibonacci</p> <p>— măsurarea distanțelor dintre frunzele dispuse pe tulpina unei plante și analizarea rezultatelor prin raportare la șirul lui Fibonacci, respectiv numărul de aur</p> <p>— analizarea numărului de petale ale florilor și raportarea rezultatelor la șirul lui Fibonacci;</p> <p>— analizarea raportului între diverse părți anatomice ale corpului omenesc și raportarea lor la numărul de aur</p> <p>— utilizarea unor imagini ale unor tablouri în care să se pună în evidență numărul de aur</p>
<p>3. Rezolvarea de probleme în cadrul unor investigații prin observarea și generalizarea unor modele sau regularități din mediul apropiat</p>
<p>3.1. Identificarea contextelor în care pot fi folosite noțiuni și raționamente matematice</p> <p>— identificarea altor discipline care aparțin sau nu curriculumului în care sunt identificate noțiuni matematice cunoscute de către elevi (geografie, astronomie etc.)</p> <p>— vizionarea de documentare</p>
<p>3.2. Utilizarea în diferite contexte din viața cotidiană a algoritmilor de construcție cu rigla și compasul și a rapoartelor termenilor șirului lui Fibonacci</p> <p>— realizarea de proiecte individuale sau în echipă cu teme corelate cu tematica parcursă</p> <p>— realizarea de machete care să evidențieze temele abordate</p> <p>— realizarea de materiale utilizabile în activități extracurriculare (parteneriate școlare, schimburi de experiență etc.)</p>

Conținuturi

Domenii de conținut	Conținuturi
Elemente matematice în construcții arhitectonice (simetrie, proporții, rapoarte)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Construcții arhitectonice și specificul lor: Roma (Amfiteatrul Flavian/Colosseumul, Pantheonul, Forul lui Traian, Bazilica San Pietro), Atena (Partenonul), Sydney (Sydney Opera House), Barcelona (Sagrada Familia), Paris (Muzeul Luvru, Turnul Eiffel, Arcul de Triumf, Domul Invalizilor), Cairo (complexul de piramide din Giza), Praga (Podul Carol), India (mausoleul Taj Mahal), Washington DC (clădirea Pentagonului), New York (Zgârie-norii din cartierul Manhattan), București (Atheneul Român, Palatul CEC, Banca Națională a României) etc. ▪ Structuri geometrice și plastice în lucrările marilor maeștri: Leonardo, Michelangelo, Donatello, Rafael, Bramante etc.
Construcții cu rigla și compasul	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Trisecția unghiului folosind rigla și compasul ▪ Cvadratele cercului ▪ Împărțirea cercului în părți egale. Construirea poligoanelor regulate ▪ Elemente arhitecturale decorative construite cu rigla și compasul: frontonul, friza, arhitrava, coloanele dorece, ogivele, contraforții ▪ Stilizare, motiv unic și motiv repetabil. Repetiția și alternanța. (rozete din arhitectura gotică și orientală: Catedrala din Chartre, Catedrala Notre Dame (Paris), Marea Moschee (Cordoba), Palatul Alhambra (Spania), mozaicuri romane: Castel di Guido, Palazzo Massimo alle Terme (Roma), Basilica San Vitale (Ravenna), vitralii: rozasele din Catedrala din Orvieto (Italia) și Strasbourg (Franța))
Șirul lui Fibonacci, numărul de aur și importanța lor în diferite discipline	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Șirul lui Fibonacci. Numărul de aur ▪ Construcția numărului de aur. Dreptunghiul phi ▪ Lumea plantelor, a animalelor și numărul de aur ▪ Corpul omenesc și numărul de aur ▪ Importanța șirului lui Fibonacci în pictură și arhitectură ▪ Piramidele din Egipt și numărul de aur ▪ Henri Coandă și numărul de aur

Notă!

Conținuturile sunt cu titlu ilustrativ. Profesorul poate selecta din listă acele exemple care corespund particularităților elevilor sau poate să propună alte conținuturi care să sprijine dezvoltarea competențelor.

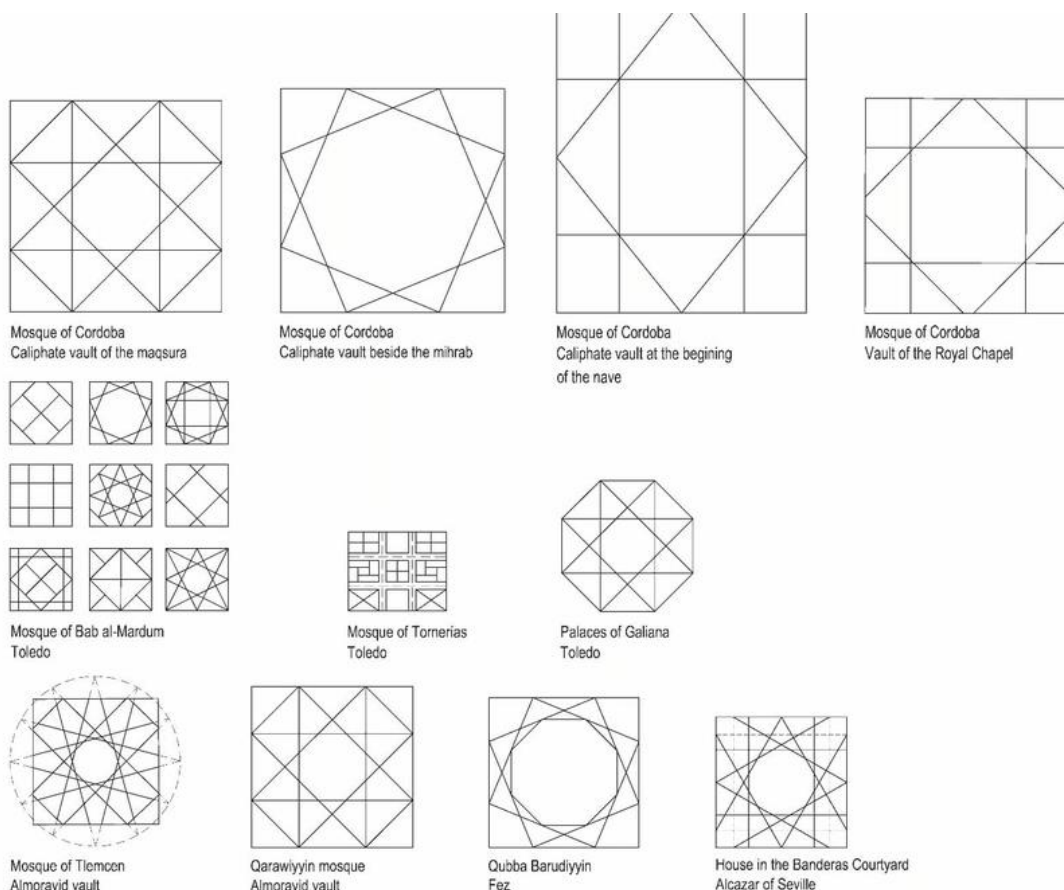
Sugestii metodologice

În proiectarea și desfășurarea activităților se va avea în vedere experiența acumulată anterior de elevi în domeniile matematică, biologie și educație plastică/vizuală. Sarcinile de învățare se vor formula în ordine crescătoare a gradului de dificultate și vor fi adaptate nivelului de dezvoltare cognitivă a elevilor.

Introducerea noilor noțiuni se va face, în mare măsură, prin observare, măsurare și exersare. Nu se va insista pe conținuturi teoretice din matematică, biologie, educație plastică, ci se va pune accent pe dimensiunea aplicativă a matematicii în alte domenii, avându-se în vedere inter- și transdisciplinaritatea. Este indicată prezentarea de materiale scrise (planșe, albume de artă, atlase botanice, anatomice) sau video pe baza cărora elevii să fie dirijați în descoperirea elementelor ce țin de matematică și care se regăsesc în respectivele materiale.

Pentru realizarea construcțiilor geometrice, respectiv a structurilor și modelelor, se va porni de la elemente de bază: cerc (elemente de arhitectură obținute prin intersecția mai multor cercuri care au aceeași rază), triunghi echilateral, pătrat (împărțirea acestuia cu ajutorul compasului în 8, 12 sau 16 părți egale), hexagon (împărțirea acestuia în 12 părți egale), construcția pentagonului regulat cu rigla și compasul și, ulterior, combinații ale acestor construcții pentru generarea unor elemente decorative întâlnite în arhitectură.

De exemplu, la „Stilizare. Motiv unic, motiv repetitiv” se pot realiza construcții cu rigla și compasul ca în imaginile de mai jos:



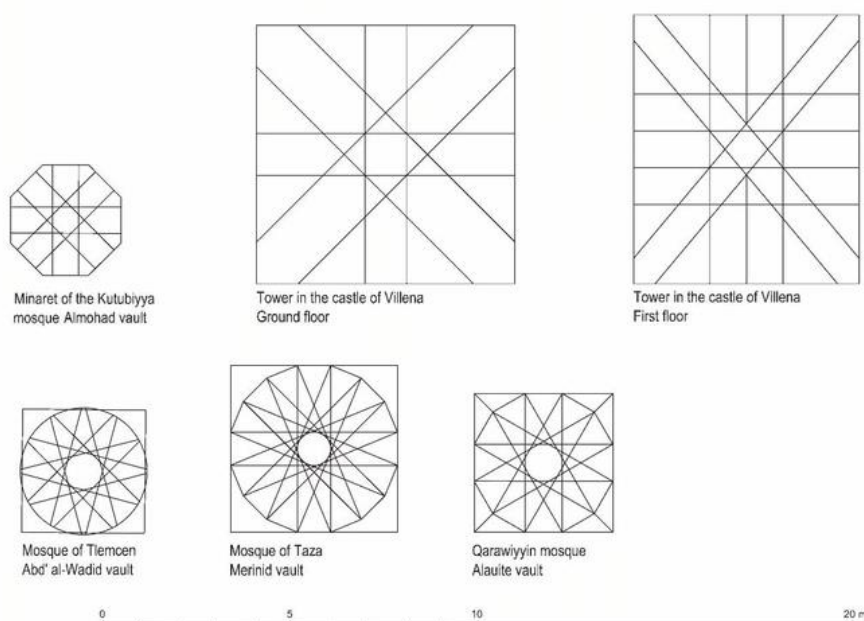


Figura 1. Modele geometrice regăsite în Al-Andalus și Maghreb. Sursa imaginii: <https://www.researchgate.net/publication/281197636> The Great Mosque of Tlemcen and the Dome of its Maqsuraem/figures?lo=1

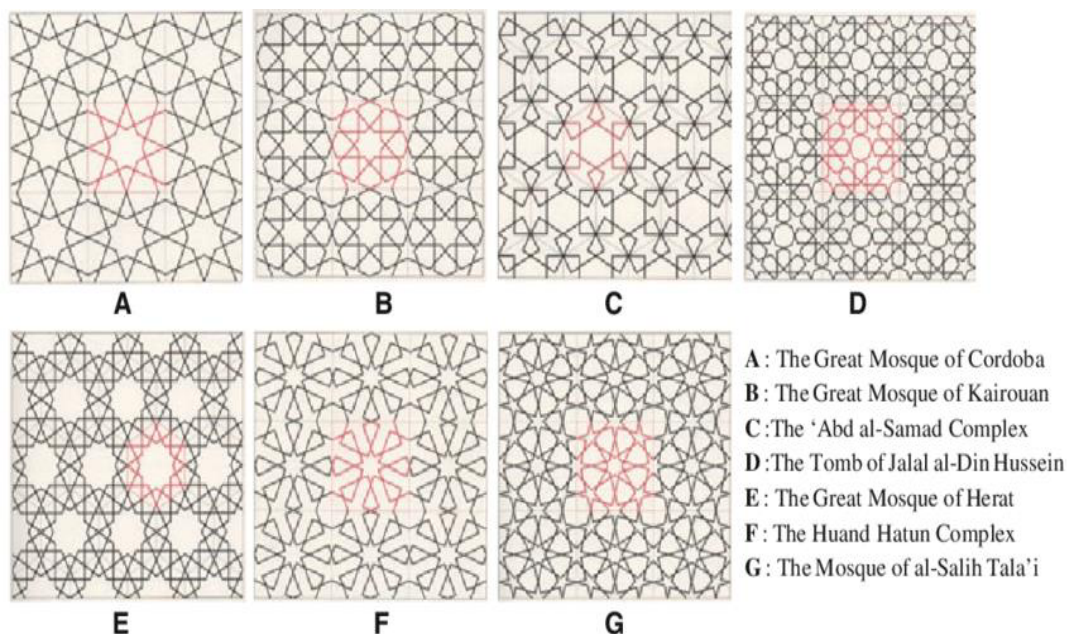


Figura 2. Modele repetitive în construcții arhitecturale celebre. Sursa imaginii: https://www.researchgate.net/figure/Construction-study-on-seven-great-mosques-and-complexes-a-The-Great-Mosque-of-Cordoba-b_fig1_345857475

Redăm mai jos două exemple de exerciții de construcție cu rigla și compasul. Primul este un exercițiu pur matematic (împărțirea hexagonului regulat în 12 suprafețe egale), în timp ce al doilea redă utilizarea acestor cunoștințe în artă. Astfel, vom reda pas cu pas construcția cu rigla și compasul a modelului repetitiv care se regăsește în Marea Moschee din Cordoba (conform figurii 2A).

Exercițiul 1. Împărțirea suprafeței unui hexagon regulat în 12 suprafețe egale, folosind rigla și compasul.

Pasul 1: Se desenează un cerc și un diametru orizontal. Pentru ușurință, notăm puncte de intersecție cu cercul A (în stânga) și B (în dreapta).

Pasul 2: Se fixează vârful compasului în punctul B și se desenează un cerc de aceeași rază cu primul (fie punctele de intersecție dintre cele două cercuri C (în partea de sus) și D (în partea de jos)).

Pasul 3: Se fixează vârful compasului în punctul C și se desenează al treilea cerc de aceeași rază cu primele două (punctele de intersecție cu primele două cercuri E (stânga sus) și F (dreapta sus)).

Pasul 4: Se fixează vârful compasului în punctul F și se desenează un cerc de aceeași rază cu primul (acesta va intersecta al doilea cerc și diametrul în punctul B).

Pasul 5: Se fixează vârful compasului în punctul B și se desenează un cerc de aceeași rază cu primul; se continuă cu desenarea a încă două cercuri de aceeași rază care au ca centru punctele de intersecție dintre cercul anterior desenat și cercul de la pasul 2.

Desenul final trebuie să conțină 6 cercuri în jurul unui același cerc (cel de la pasul 2).

Pasul 6: Prin unirea punctelor consecutive de intersecție dintre cele 6 cercuri exterioare cercului de la pasul 2 se obține un hexagon regulat.

Dacă se desenează diagonalele mari ale acestui hexagon regulat, ele vor intersecta cercul de la pasul 2 în 6 puncte care sunt, de asemenea, vârfurile unui hexagon regulat.

Dacă se unesc între ele mijloacele laturilor opuse ale celui de-al doilea hexagon regulat, se va obține împărțirea acestuia în 12 părți egale.

Atenție: unele dintre linii sunt doar linii ajutătoare, deci, la final, acestea pot fi șterse!

Exercițiul 2. Realizarea modelului repetitiv care se regăsește la Marea Moschee din Cordoba (figura 2A)

Pasul 1: se desenează un cerc înscris într-un pătrat și apoi diagonalele lui și celelalte două axe de simetrie (orizontală și verticală). Se notează punctele de tangență (începând din stânga în sens invers trigonometric) cu A, B, C, respectiv D și punctele de intersecție ale diagonalelor cu cercul cu M, N, P, respectiv Q. Astfel, ordinea finală a punctelor va fi A, M, B, N, C, P, D, Q.

Pasul 2: Se unesc punctele M și C, C și Q, N și A, respectiv A și P (segmentele se prelungesc până intersectează laturile pătratului).

Pasul 3: Se unesc punctele M și D, D și N, Q și B, respectiv B și P (segmentele se prelungesc până intersectează laturile pătratului!).

Pasul 4: Notăm $MC \cap BD = \{E\}$, $CQ \cap BD = \{G\}$, $MD \cap AC = \{H\}$, $DN \cap AC = \{F\}$; CM intersectează latura pătratului în T, DM intersectează latura pătratului în S, DN intersectează latura pătratului în I, AN intersectează latura pătratului în J, AP intersectează latura pătratului în K, BP intersectează latura pătratului în L, BQ intersectează latura pătratului în Z, iar CQ intersectează latura pătratului în W. Se desenează (de preferat cu o culoare diferită, de exemplu roșu) segmentele SG, TE, EJ, IF, FL, KG, GW, ZG.

Pasul 5: Notăm $MP \cap AN = \{A_1\}$, $NQ \cap CM = \{A_2\}$, $MP \cap CQ = \{A_3\}$, $NQ \cap AP = \{A_4\}$. Se unesc prin segmente (cu aceeași culoare de la pasul 4) punctele A, A₁, B, A₂, C, A₃, D, A₄, A.

Pasul 6: Se șterg liniile ajutătoare, iar desenul colorat în roșu reprezintă modelul.

Pasul 7. Modelul se poate continua la infinit repetând pașii 1-6 pornind de la un alt pătrat, congruent cu primul și care are o latură comună cu acesta.

Organizarea activităților de învățare (frontal, individual sau pe grupe) se adaptează particularităților clasei de elevi și resurselor materiale existente. Dacă este posibil, se recomandă vizite în care să fie observate elemente de arhitectură, tablouri sau plante, acestea putând fi complementate de măsurători care, ulterior, să fie analizate și corelate cu noțiunile teoretice.

Evaluarea urmărește modul de formare și dezvoltare a formării competențelor generale și specifice propuse, putându-se realiza:

- ca formă: frontal, asistată de calculator, prin lucrări scrise etc.;
- ca modalitate: conversație, observarea sistematică a activității și comportamentului elevului, lucrări tematice, proiecte sau portofolii etc.;

- ca instrumente: întrebări structurate, utilizarea de platforme de evaluare (de exemplu, Kahoot!), chestionare, lucrări scrise, portofolii etc.

Se recomandă metodele alternative de evaluare (investigație, portofolii, proiecte tematice etc.), care încurajează dezvoltarea abilităților de lucru în echipă.

Resurse bibliografice (selectiv):

1. Almagro, Antonio, *The Great Mosque of Tlemcen and the dome of its maqşūra*, Alqantara, 2015, DOI: 10.3989/ALQANTARA.2015.007;
2. Bătinețu-Giurgiu, Dumitru M., Stanciu, Neculai, Tica, Gabriel Leonard, *Din tainele numerelor Fibonacci și Lucas*, Editura SITECH, Craiova, 2013;
3. Broug, Eric, *Islamic geometric patterns*, Thames & Hudson Ltd., Londra, 2011;
4. Che Rahim, Mohd Idzham, Ibrahim, Marzuki, Daud, Mohd Zamani, Anuar, Nur Syafinaz Mohd, *Development of Islamic Geometric Pattern in Jewellery Product Design*, publicat în *Contemporary Issues and Development in the Global Halal Industry*, ed. Ab. Manan, Siti Khadijah, Rahman, Fadilah Abd, Sahri, Mardhiyyah, Springer, Singapore, 2016;
5. Dăncilă, Ioan, *Construcții cu rigla și compasul*, Editura Sigma, București, 2003;
6. Dăncilă, Ioan, *Matematică distractivă clasele a VII-a și a VIII-a*, Editura Sigma, București, 2012;
7. Ghyka, Matila, *The Geometry of Art and Life*, Dover Publications, Mineola, New York, 1977;
8. Muntean, Radu, Muntean, Gavrilă, *Fibonacci, secțiunea de aur: arta și știință*, Sesiunea de comunicări științifice „Arta și știința” a Universității Transilvania din Brașov, 2009;
9. Păduraru, Vasile, *Construcții geometrice cu rigla și compasul – abordări metodice*, Editura Stef, Iași, 2018;
10. Câmpan, Florica, *Poveste despre numere măiestre*, Editura Albatros, București, 1981;
11. <http://vasileteodor.ro/articol/numerele-lui-fibonacci-si-proportia-de-aur>

Grupul de lucru

Nume și prenume	Instituția de apartenență
Eleonora–Steluța NEACȘU	Colegiul Energetic, Râmnicu Vâlcea
Delia–Laura POPESCU	Facultatea de Chimie, Universitatea din București
Olga POPESCU	Școala Gimnazială Take Ionescu, Râmnicu Vâlcea
Constantin–Ciprian NISTOR	Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație