

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT
Matematică M_mate-info, noiembrie 2023
Clasa a XII-a Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Subiectul I

(30 puncte)

- 5p** 1. Calculați termenul b_4 al progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = \sqrt{3}$ și $b_2 = 9$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care vârful parabolei asociate funcției f este situat pe dreapta $y = x$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2} = 4 \cdot 2^x$.
- 5p** 4. Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi A , știind că mulțimea A are exact 16 submulțimi cu cel mult două elemente.
- 5p** 5. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 12$, $AC = 16$ și $m(\widehat{A}) = 90^\circ$. Calculați lungimea vectorului $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC}$.
- 5p** 6. Aflați numerele reale $x \in [0; \pi]$ pentru care $\sin 2x = \sin x$.

Subiectul al II-lea

(30 puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & a+2 & a+3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$, unde $a \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(3)) = 8$.
- 5p** b) Determinați numărul real a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $A(a) \cdot A(1) = A(1) \cdot A(a)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x^2 y^2 - 3x^2 - 3y^2 + 12$.
- 5p** a) Arătați că $\sqrt{3} \circ \sqrt{5} = 3$
- 5p** b) Arătați că $x \circ y = (x^2 - 3)(y^2 - 3) + 3$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p** c) Determinați perechile (m, n) de numere întregi pentru care $m \circ n = 4$.

Subiectul al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 2}$
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 2}{(x - 2)^2}$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Arătați că graficul funcției f admite 2 puncte de extrem $(x_1, f(x_1))$, $(x_2, f(x_2))$ și calculați $f(x_1) + f(x_2)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2}{x}, & \text{dacă } x < 1 \\ 2\ln x - 1, & \text{dacă } x \geq 1 \end{cases}$.
- 5p** a) Calculați $\int \frac{x^2 - 2}{x} dx$, $x \in (0, 1)$
- 5p** b) Demonstrați că funcția f admite primitive.
- 5p** c) Determinați o primitivă F a funcției f pe intervalul $(0, +\infty)$.