INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV

MINISTERUL EDUCAȚIEI

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

FAZA LOCALA 12.02.2024

Clasa a V-a – BAREM DE CARECTARE SI NOTARE

Problema 1

a) Cel mai mic număr de 4 cifre cu proprietatea dată este $47\cdot 21+13=1000$ **2p**

Cel mai mare număr de 4 cifre cu proprietatea dată este $47\cdot 212+13=9977$ **2p**

b) Suma numerelor este :
$(47\cdot 21+13)+(47\cdot 22+13)+...+(47\cdot 212+13)=47\cdot(21+22+...+212)+13\cdot 192=1053792$ **3p**

Problema 2

a) $a=2^{59}$, 2 nu este pătrat perfect, 59 este impar, deci a nu este pătrat perfect...**2p**

$b=3^{40}=\left(3^{20}\right)^2$, deci b este pătrat perfect...**2p**

b) $a=2^{59}<2^{60}=\left(2^3\right)^{20}<\left(3^2\right)^{20}=3^{40}=b$ **3p**

Problema 3

Adunând cele două relații obținem : $(i)\quad 2\cdot\overline{ab}=11(m+n),(2,11)=1\Rightarrow \overline{ab}\,\vdots\,11\Rightarrow a=b$ **1p**

Scăzând cele două relații obținem : $(ii)\quad 2\cdot c=9(m-n),\ (2,9)=1\Rightarrow c\,\vdots\,9,\ c$ cifra $\Rightarrow c\in\{0,9\}$ **2p**

Dacă $c=0\Rightarrow \overline{ab}=\overline{mn}=\overline{aa}\Rightarrow a=b=m=n$ și avem soluțiile : $11,22,33,...,99$ **1p**

Dacă $c=9\Rightarrow$ din $(ii)18=9(m-n)\Rightarrow m=n+2,\ m$ cifra $\Rightarrow 1\le n\le 7$, iar din $(i)a=n+1$ **1p**

de unde se obțin soluțiile $(22,31),(33,42),(44,53),(55,64),(66,75),(77,86),(88,97)$ **2p**

Problema 4

a) Deoarece suma oricăror două numere alăturate este pară $\Rightarrow$ toate numerele au aceeași paritate.........................**1p**

Dacă toate nr sunt pare, ele dau rest par la împărțirea cu 12 și pot fi de forma $12k_i+r, r\in\{0,2,4,6.8.10\}$

Dacă toate nr sunt impare, ele dau rest impar la împărțirea cu 12 și pot fi de forma $12k_i+r, r\in\{1,3,5,7,9,11\}$

În fiecare caz în parte sunt 6 resturi posibile, deci 6 forme posibile ale numerelor și se aleg 7 numere. Din principiul cutiei $\Rightarrow$ vor fi două numere care dau același rest la împărțirea cu 12, deci diferența lor va fi $\vdots 12$ **3p**

b) Pt că nr sunt nenule , cea mai mică sumă se obține pentru primele 2024 de numere impare consecutive :
$1+3+5+...+4047=2024^2<2+4+...+4048=2024\cdot 2025$ **3p**