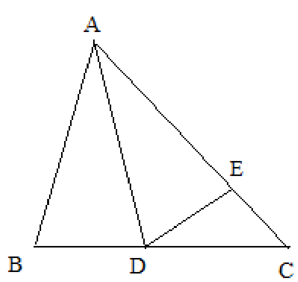
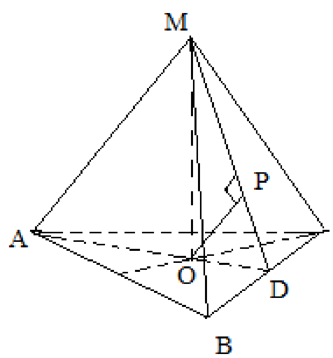
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

OLIMPIADA NATIONALA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA- 12.02.2024

CLASA a VIII-a

7p	**Problema 1.**	**Se consideră numerele reale pozitive a>b>c. Arătați că** $$\frac{(a-b)^2+(b-c)^2-(c-a)^2}{(a+b)^2-(b+c)^2-(a-c)^2}<0$$
	Soluție:	După efectuarea calculelor, fracția se scrie sub forma $\frac{(b-a)(b-c)}{(a-c)(b+c)}$ ....4p Stabilirea semnului numărătorului...1p Stabilirea semnului numitorului..1p Finalizarea..1p
7p	**Problema 2.**	**Fie intervalele I=$\left\{x \in \mathbb{R} / \lvert 1-x \rvert \geq \frac{1}{2}\right\}$ și** **J=$\left\{x \in \mathbb{R} / x\sqrt{2}+2<2\left(x+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right\}$** **Arătați că numărul a=$\frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}-1}{2}$ $\notin$ I și stabiliți dacă a $\in$ J.**
	Soluție:	Scrierea lui I sub forma I=$(-\infty;\ \frac{1}{2}] \cup [\frac{3}{2};+\infty)$ ....2p Scrierea intervalului J = (1; +∞)..2p Calculul lui a= $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ....1p $\frac{1}{2}<\frac{\sqrt{3}}{2}<\frac{3}{2}$ și $\frac{\sqrt{3}}{2}<1$...1p Finalizarea..1p
7p	**Problema 3.**	**Fie l_a lungimea bisectoarei corespunzătoare unghiului A al triunghiului ABC. Demonstrați că l_a nu poate fi egală cu media geometrică a laturilor AB și AC.** ***GM, problema E:16097***
	Soluție:  	Fie AD bisectoarea unghiului A, D∈BC. $\sphericalangle ADC=\sphericalangle ABD+\sphericalangle DAB>\sphericalangle ABD$.......................2p Construim DE în Int($\sphericalangle ADC$, E∈ AC astfel încât $\sphericalangle ADE \equiv \sphericalangle ABD$...2p Se obțin triunghiurile asemenea ABD și ADE, din care rezultă $\frac{AB}{AD}=\frac{AD}{AE}$ ....2p Deducem că AD^2 = AB·AE<AB·AC, ceea ce conduce la concluzia problemei 1p

7p	**Problema 4.**	**Triunghiul ABC este echilateral, iar O este centrul cercului circumscris acestui triunghi. Se construiește MO $\perp$ (ABC), astfel încât MO=AB= 6cm.** **a)Arătați că suma distanțelor de la punctul O la fețele tetraedrului MABC este mai mică decât 5cm.** **b) Dacă G este centrul de greutate al triunghiului MAB, demonstrați că aria patrulaterului OGMC este egală cu $\frac{8}{9}$ din aria triunghiului ABC.**
	Soluție:  	a) MABC piramidă regulată OD=$\sqrt{3}$ cm, MD=$\sqrt{39}$ cm..1p Construind OP$\perp$ MD rezultă OP$\perp$(MBC), OP=$\frac{6\sqrt{13}}{13}$cm Cele trei distanțe sunt egale și au suma S=3OP......2p S=$\frac{18\sqrt{13}}{13} < 5$...1p
		b) Notând cu E mijlocul lui AB, obținem $\frac{EO}{OC} = \frac{EG}{GM} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Din R.T Thales OG$\parallel$ MC...1p TFA în ΔMEC conduce la raportul ariilor triunghiurilor asemenea GEO și MEC egal cu $\frac{1}{9}$, de unde deduce că aria trapezului MGOC= $\frac{8}{9} \cdot A_{\triangle MEC}$.................................1p Cum $A_{\Delta ABC}$ =$A_{\Delta MEC}$ =9$\sqrt{3}$ cm$^2 \Rightarrow$ concluzia.................1p