



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
AN ȘCOLAR 2023 – 2024
ETAPA LOCALĂ
10.02.2024

CLASA a V- a

BAREM

Subiectul I

a) \overline{ab} prim implică b cifră impară, adică $d = 9 - b$ cifră pară 1p

Deci, asociatul lui este număr par, adică nu poate fi prim 1p

b) $\overline{ab} = 5 \overline{cd} + 3$ 1p

De unde, scriind în baza 10 și făcând calculele: $\overline{ab} = 5(99 - \overline{ab}) + 3$ 3p

deci $6 \overline{ab} = 498$, de unde $\overline{ab} = 83$.

Perechea cerută este: 83 și 16. 1p

Subiectul II

	Cristina	Prietenă ei	
Trecut	$x + a$	x	
Prezent	$x + 12$	$x + a$	2p

$$x + 12 - (x + a) = x + a - x$$

$$2a = 12 \Leftrightarrow a = 6 \quad 2p$$

	Cristina	Prietenă ei	
Trecut	$x + 6$	x	
Prezent	$x + 12$	$x + 6$	
Viitor	$x + 12 + t$	$x + 6 + t$	1p

$$x + 12 = x + 6 + t. \quad t = 6$$

$$x + 12 + 6 + x + 6 + 6 = 74. \text{ Deci, } x = 22$$

Cristina are 34 de ani, iar prietenă ei are 28 de ani. 2p



Subiectul III

- a) $91 = 8^2 + 3^3$ 1p
 $91^{91} = 91 \cdot 91^{90} = (8^2 + 3^3) \cdot 91^{90} = (8 \cdot 91^{45})^2 + (3 \cdot 91^{30})^3$ 2p
- b) $a = (6^n)^2 + 1^3$ 1p
 $a^a = a \cdot a^{a-1} = ((6^n)^2 + 1^3) \cdot a^{36^n} = [(6^n) \cdot a^{36^n:2}]^2 + (a^{36^n:3})^3$ 2p
- cu observațiile că $36^n : 2$ și $36^n : 3$, pentru n mai mare sau egal cu 2 1p

Subiectul IV

- $400a + 40b + 4c + 10a + c + b = 2024$ 1p
- $410a + 41b + 5c = 2024$ 2p
- Ultima cifră a lui 410a este 0, ultima cifră a lui 5c este 0 sau 5 1p
- Ultima cifră a lui 41b este 4 sau 9 1p
- Pentru $b = 4$, nu avem soluție. Pentru $b = 9$, $1655 = 5 \cdot (82a + c)$ 1p
- Deci, $a = 4, b = 9, c = 3, \overline{abc} = 493$ 1p