



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
AN ȘCOLAR 2023 – 2024
ETAPA LOCALĂ
10.02.2024

CLASA A VI -A

Subiectul I: Arătați că fracția $\frac{\overline{abc} \cdot \overline{bcd} \cdot \overline{cda} \cdot \overline{dab} - \overline{cba} \cdot \overline{dcb} \cdot \overline{adc} \cdot \overline{bad}}{\overline{abcd} \cdot \overline{bcda} \cdot \overline{cdab} \cdot \overline{dabc} - (a+b+c+d)^4}$ este reductibilă.

(Gazeta Matematică seria B, 2023)

Subiectul II: Unghiurile AOB, BOC, COD , și DOA sunt unghiuri în jurul punctului O , OM este bisectoarea unghiului AOB și ON este bisectoarea unghiului COD .

- Dacă $m(\widehat{MON}) = 170^\circ$, $m(\widehat{BOC}) = 140^\circ$, iar punctele A și D sunt interioare unghiului MON , calculează măsura unghiului AOD .
- Dacă $\widehat{BOC} \equiv \widehat{AOD}$, arată că semidreptele OM și ON sunt semidrepte opuse.

Subiectul III: Fie $m, n, p \in \mathbb{N}^*$ care verifică egalitatea: $\frac{m+2n}{m+2n+25} = \frac{n+2p}{n+2p+39} = \frac{p+2m}{p+2m+29}$. Să se arate că are loc relația: $\frac{2m+n}{2m+n+23} = \frac{2n+p}{2n+p+33} = \frac{2p+m}{2p+m+37}$.

Subiectul IV: Un număr natural n se numește *special* dacă produsul divizorilor săi naturali este egal cu n^3 .

- Arătați că 12 este număr *special*;
- Demonstrați că nu există niciun număr natural n , pătrat perfect, cu $n \geq 2$, care să fie și număr *special*.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat cu 7 puncte
Timp de lucru: 3 ore.