

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
AN ȘCOLAR 2023 – 2024  
ETAPA LOCALĂ  
10.02.2024

CLASA A VIII -A

### Subiectul I

Determinați numerele întregi  $x$  știind că numărul  $\sqrt{x^2 + 2x + 4}$  este rațional.

### Subiectul II

Se consideră expresia  $E(a,b) = a^2 + b^2 + 8a - 2b + 22$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale.

- Determinați valoarea minimă a expresiei.
- Dacă  $E(a,b) = 6$ , arătați că  $a^2 \geq b^2 + 5$ .

### Subiectul III

Considerăm tetraedrul regulat  $ABCD$ . Punctele  $M$ ,  $N$ ,  $P$  și  $R$  aparțin segmentelor  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ , respectiv  $AD$ , astfel încât  $AM = BN = CP = DR = AB/3$ .

- Demonstrează că unghiul dintre dreptele  $MN$  și  $AC$  are măsura de  $30^\circ$ .
- Punctul  $O$  este mijlocul segmentului  $MP$ . Demonstrează că dreapta  $MP$  este perpendiculară pe planul  $(NOR)$ .

### Subiectul IV

Fie paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = 2BC$ . Notăm mijlocul segmentului  $AB$  cu  $N$  și cu  $P$ , punctul de intersecție al dreptelor  $CN$  și  $BD$ . Se consideră punctul  $M$  pe muchia  $BB'$  astfel încât perimetrul triunghiului  $AMC'$  să aibă cea mai mică valoare. Demonstrați că dreapta  $MP$  este paralelă cu planul  $(B'AC)$ .

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru: 3 ore.