Examenul de bacalaureat național 2024
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Barem februarie 2024

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctaj maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$N = \frac{2+4i}{2} - 2i =$	3p
	$= 1 + 2i - 2i = 1 \in \mathbb{N}$	2p
2.	$3a + 2 = 2024 \Rightarrow 3a = 2022$	3p
	$a = 674 \in \mathbb{R}$	2p
3.	$5 \cdot 5^x + 3 \cdot 5^x = 200 \Rightarrow 8 \cdot 5^x = 200$	3p
	$5^x = 25 \Rightarrow x = 2 \in \mathbb{R}$	2p
4.	p + 10%·p = 935 ⟹ 110%·p = 935, unde p este preţul iniţial	3p
	$p = 935 \cdot \frac{10}{11} \Rightarrow p = 850$ lei	2p
5.	$m_{AB} = \frac{7-3}{n} \Rightarrow m_{AB} = \frac{4}{n}$	3p
	$\frac{4}{n} = 1 \Rightarrow n = 4$	2p
6.	$\frac{4}{9} + cos^2 x = 1 \Rightarrow cos^2 x = 1 - \frac{4}{9} \Rightarrow cos^2 x = \frac{5}{9}$	3p
	$\cos x = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$ şi $x \in (0, \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$	2p

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A(1)) = \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$	2p
	$= -3 \cdot 4 - 1 \cdot 1 = -12 - 1 = -13$	3p
b)	$A(x) + A(y) - A(0) = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ x & x+3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ y & y+3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} =$	2p
	$= \begin{pmatrix} -3-3+3 & 1+1-1 \\ x+y-0 & x+3+y+3-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ x+y & x+y+3 \end{pmatrix} = A(x+y)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$	3p
c)	$B(m) = [A(m-1) + A(m) - A(0)] + A(m+1) - A(0) = A(m-1+m) + A(m+1) - A(0) =$	
	$= A(2m - 1 + m + 1) = A(3m)$	2p
	$B(m)$ inversabilă $\Leftrightarrow \det(B(m)) \neq 0 \Leftrightarrow \det(A(3m)) \neq 0$	

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro

	$\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 3m & 3m+3 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow -9m-9-3m \neq 0 \Rightarrow -12m-9 \neq 0 \Rightarrow m \neq -\frac{3}{4} \Rightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{4}\right\}$	3p
2.a)	$1 * 2 = \frac{1 \cdot 2}{2} + 1 + 2 - 1 =$ $= 1 + 1 + 2 - 1 = 3$	2p 3p
b)	$y * x = \frac{yx}{2} + y + x - 1$ $= \frac{xy}{2} + x + y - 1 = x * y \Rightarrow$ „ $*$” este comutativă, oricare ar fi x şi y numere reale.	2p 3p
c)	$x * (2x) = \frac{2x^2}{2} + 3x - 1$ $x^2 + 3x - 1 = 17 \Rightarrow x^2 + 3x - 18 = 0$ $x_1 = -6 \in \mathbb{R}$ şi $x_2 = 3 \in \mathbb{R}$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \frac{2x(x+1) - x^2}{(x+1)^2} =$ $= \frac{2x^2+2x-x^2}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.	2p 3p
b)	$f(-2) = -4$, $f'(-2) = 0$ $y - (-4) = 0(x+2) \Rightarrow y = -4$ este ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x = -2$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in (-1, \infty)$ şi $x = -2 \notin (-1, \infty)$ $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (-1, 0] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe intervalul $(-1, 0]$ $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [0, \infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe intervalul $[0, \infty)$ Așadar, pe intervalul $(-1, +\infty)$, funcția $f(x) \geq f(0)$ şi $f(0) = 0$, deci $f(x) \geq 0$, pentru orice $x \in (-1, \infty)$	2p 3p
2.a)	$\int_2^3 \frac{f(x)}{\ln x} dx = \int_2^3 x\, dx =$ $= \frac{x^2}{2}\Big\vert_2^3 = \frac{9-4}{2} = \frac{5}{2}$	2p 3p
b)	$\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^e \frac{x \ln x}{x} dx = \int_1^e \ln x\, dx =$ $= \int_1^e x' \cdot \ln x\, dx = x \ln x \vert_1^e - \int_1^e x \cdot \frac{1}{x} dx = e - x\vert_1^e = e - e + 1 = 1$	2p 3p
c)	Fie $F : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ o primitivă a funcției f. Atunci $F'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in (0, \infty)$, iar $F''(x) = f'(x) = 1 + \ln x \geq 0$ pentru orice $x \in [\frac{1}{e}, \infty)$. Rezultă că orice primitivă a funcției f este convexă pe $[\frac{1}{e}, \infty)$.	2p 3p

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro