

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**Faza locală**  
**Braşov, 9 februarie 2024**

**Clasa a V-a**

1. Ordonăți crescător numerele:

$$\begin{aligned}a &= 2024^{2024}, \\b &= 2023^{2024} + 2023^{2023}, \\c &= 2024^{2023} + 2023^{2024}.\end{aligned}$$

Marinela Platon

2. La un concurs de *darts* au participat 18 elevi. Fiecare concurent a aruncat câte 10 săgeți la țintă. Dacă o săgeată nimereste ținta, se acordă următoarele punctaje: 10 puncte pentru cercul central (zona 1), 6 puncte pentru primul inel (zona 2), respectiv 2 puncte pentru al doilea inel (zona 3). Elevii participanți la concurs au ratat ținta de 40 de ori și au nimerit de 40 de ori primul inel (zona 2). Restul de aruncări au nimerit zona 1 sau zona 3. Știind că întreaga clasă a obținut în total 920 de puncte, aflați câte săgeți au fost trimise în cercul central (zona 1).

Adriana Cațaron

3. Arătați că numărul

$$p = 2^{500} + 6^{250} + 6^{250} + 3^{500}$$

este pătrat perfect.

George Chetreanu

4. Știind că un număr natural  $A$  dă restul 9 prin împărțirea la 10 și respectiv restul 7 prin împărțirea la 11, aflați restul împărțirii numărului  $A$  la 110.

Gazeta Matematică (enunț modificat)

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.  
Timp de lucru 3 ore.

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**Faza locală**  
**Braşov, 9 februarie 2024**

**Clasa a VI-a**

1. Determinați cardinalul mulțimii

$$A = \{\overline{abcd} \mid \overline{abcd} + \overline{badc} \text{ este pătrat perfect}\}$$

Gazeta Matematică

2. Suma unor numere naturale consecutive este 2024. Determinați numerele.

Ioana Mașca

3. Se consideră patru unghiuri în jurul unui punct:  $\widehat{AOB}$ ,  $\widehat{BOC}$ ,  $\widehat{COD}$  și  $\widehat{DOA}$ . Măsurile unghiurilor  $\widehat{AOB}$  și  $\widehat{BOC}$  sunt direct proporționale cu numerele 5 și 3, măsurile unghiurilor  $\widehat{BOC}$  și  $\widehat{COD}$  sunt invers proporționale cu numerele 0,1(6) și 0,125, iar unghiurile  $\widehat{AOB}$  și  $\widehat{COD}$  sunt suplementare.

- (a) Determinați măsurile unghiurilor  $\widehat{AOB}$ ,  $\widehat{BOC}$  și  $\widehat{COD}$ .  
(b) Fie  $E$  simetricul punctului  $C$  față de punctul  $O$ . Demonstrați că unghiul format de bisectoarele unghiurilor  $\widehat{AOB}$  și  $\widehat{DOE}$  este congruent cu unghiul  $\widehat{AOD}$ .

Rodica D. Cocalea

4. Punctele  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  sunt situate, în această ordine, pe un cerc de centru  $O$ , astfel încât  $\widehat{A_1OA_2} = x^\circ$ ,  $\widehat{A_2OA_3} = (2x)^\circ$ ,  $\widehat{A_3OA_4} = (3x)^\circ$ , ...,  $\widehat{A_nOA_1} = (nx)^\circ$ , unde  $x \in \mathbb{N}^*$ , iar  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 10$ .

- (a) Determinați numerele naturale  $n$  și  $x$ .  
(b) Arătați că  $OA_1$  este bisectoarea unghiului  $\widehat{A_6OA_{15}}$ .  
(c) Demonstrați că punctele  $A_4, O, A_{12}$  sunt coliniare.

Dorina Rapcea

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.  
Timp de lucru 3 ore.

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**Faza locală**  
**Braşov, 9 februarie 2024**

**Clasa a VII-a**

1. Demonstrați că  $\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} + \dots + \frac{\sqrt{2022}}{2023} < 1001$ .

Gazeta Matematică

2. Determinați numerele întregi  $a, b, c$  știind că: 
$$\begin{cases} a^2 + a \leq 2b + 1 \\ b^2 + b \leq 2c + 1 \\ c^2 + c \leq 2a + 1 \end{cases} .$$

Romeo Ilie

3. Fie triunghiul dreptunghic  $ABC$ , neisoscel, cu  $\hat{A} = 90^\circ$ . Pe catetele  $AB$  și  $AC$  se construiesc, în exteriorul triunghiului, pătratele  $ABDE$  și  $ACFG$ . Demonstrați că:

- (a) punctele  $D, A, F$  sunt coliniare;
- (b) patrulaterul  $EBCG$  este trapez isoscel;
- (c) perpendiculara din  $A$  pe  $BC$  trece prin mijlocul segmentului  $EG$ .

Marinela Canu

4. Fie pătratul  $ABCD$ . Pe dreapta  $BD$  se consideră punctul  $N$ , astfel încât  $BN = AB$ , cu  $B$  situat între  $D$  și  $N$ . Pe dreapta  $CD$  se consideră punctul  $M$ , astfel încât  $\widehat{MAD} = 3\widehat{AMD}$ , cu  $C$  situat între  $D$  și  $M$ . Dreptele  $AM$  și  $DN$  se intersectează în punctul  $P$ , iar dreptele  $NC$  și  $AD$  se intersectează în punctul  $H$ . Perpendiculara în  $H$  pe dreapta  $AH$  intersectează dreapta  $MN$  în punctul  $G$ . Arătați că:

- (a) patrulaterul  $ANMD$  este inscriptibil;
- (b) dreptele  $CP$  și  $MN$  sunt paralele;
- (c) punctele  $A, C$  și  $G$  sunt coliniare.

Marinela Canu

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.  
Timp de lucru 3 ore.

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**Faza locală**  
**Braşov, 9 februarie 2024**

**Clasa a VIII-a**

1. Determinați cifrele  $a, b, x$  pentru care  $\overline{ab}^2 = \overline{axb}$  și  $\overline{ba}^2 = \overline{bax}$ .

Gazeta Matematică

2. Aflați numerele reale  $x, y, z$  care satisfac simultan relațiile:

(a)  $x^2 + 5y^2 + z^2 = 4xy + 2yz$ .

(b)  $5x + \sqrt{7} \left( \frac{2}{\sqrt{7} + 1} \right)^2 y + \left( \frac{\sqrt{7} - 1}{\sqrt{7} + 1} \right)^2 z = 2024$ .

Ioana Mașca

3. Determinați numerele întregi  $x$  și  $y$  care satisfac simultan relațiile:

(a)  $x^2 + 2024 < 90y$ ,

(b)  $y^2 + 2024 < 90x$ .

Aurel Bârsan

4.  $ABCD A' B' C' D'$  este un cub cu muchia de 12 cm, în care  $AC \cap BD = \{O\}$ ,  $M$  este mijlocul lui  $BC$ ,  $AM \cap BD = \{N\}$ ,  $P$  este mijlocul lui  $CC'$  și  $Q$  este mijlocul lui  $DD'$ .

(a) Arătați că  $PN \parallel (AQC')$ .

(b) Aflați distanța de la punctul  $O$  la planul  $(AQC')$ .

Dorina Rapcea

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.  
Timp de lucru 3 ore.