OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ -
10.02.2024
CLASA a V – a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
Timp de lucru: 3 ore

1. Bunicul are șapte nepoți: Andrei, Bogdan, Costin, Dan, Emil, Florin și Gabriel. Vârsta bunicului este de 74 de ani și este egală cu suma vârstelor nepoților săi. Vârstele lui Andrei, Bogdan, Costin, Dan, Emil și Florin sunt numere pare consecutive, iar Gabriel are un frate geamăn. Știind că Andrei este cel mai mic dintre frați, aflați câți ani are Gabriel și cum se numește fratele său geamăn.

2. a) Arătați că $13^2 = 12^2 + 5^2$.

b) Arătați că 13^{2024} se poate scrie ca sumă de două pătrate ale unor numere naturale.

c) Arătați că 13^{2024} se poate scrie ca sumă de trei pătrate ale unor numere naturale.

3. Determinaţi restul şi ultima cifră a câtului obţinut prin împărţirea numărului $A = 2024^{4n+3} + 2024^{4n+2} \cdot 96 + 199$ la 10.

4. Pentru orice număr natural n mai mare sau egal cu 10, notăm cu *S(n)* suma cifrelor lui *n*.

a) Dacă $S(\overline{ab}) = 16$ și $S(\overline{bc}) = 15$, determinați $S(\overline{ab} + \overline{bc})$.

b) Dacă $S(\overline{ab}) = 15$ și $S(\overline{ab} + \overline{bc}) = 12$, determinați $S(\overline{ac})$.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ -
10.02.2024
CLASA a V – a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
Timp de lucru: 3 ore

1. Der Großvater hat sieben Enkel: Andrei, Bogdan, Costin, Dan, Emil, Florin und Gabriel. Das Alter des Großvaters ist 74 Jahre und ist gleich mit der Summe der Alter der sieben Enkel. Die Alter von Andrei, Bogdan, Costin, Dan, Emil und Florin sind aufeinanderfolgende gerade Zahlen und Gabriel hat ein Zwillingsbruder. Wenn Andrei der jüngste der Geschwister ist, berechnet das Alter von Gabriel und bestimmt den Vornamen von seinem Zwillingsbruder.

2. a) Zeigt, daß $13^2 = 12^2 + 5^2$.

b) Zeigt, daß 13^{2024} kann man als eine Summe von zwei Quadrate natürlicher Zahlen schreiben.

c) Zeigt, daß 13^{2024} kann man als eine Summe von drei Quadrate natürlicher Zahlen schreiben..

3. Bestimmt den Rest und die letzte Ziffer des Quotienten der Division der Zahl
$A = 2024^{4n+3} + 2024^{4n+2} \cdot 96 + 199$ durch 10.

4. Für jede natürliche Zahl n, die größer oder gleich 10 ist, bezeichnen wir mit *S(n)* die Summe der Ziffern der Zahl *n*.

a) Wenn $S(\overline{ab}) = 16$ und $S(\overline{bc}) = 15$, berechnet $S(\overline{ab} + \overline{bc})$.

b) Wenn $S(\overline{ab}) = 15$ und $S(\overline{ab} + \overline{bc}) = 12$, berechnet $S(\overline{ac})$.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ –
10.02.2024
CLASA a VI - a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
Timp de lucru: 3 ore

1. Se consideră numerele $a=3n+5$, $b=2n+3$, $c=n+2$, $n\in\mathbb{N}$. Demonstrați că $(a-1)^2<[a,b]+[a,c]<(a+1)^2$, unde $[a,b]$ reprezintă cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b.

2. a) Se consideră proporția $\frac{a}{3}=\frac{b}{4}$, unde a și b sunt numere raționale strict pozitive. Să se calculeze valoarea raportului $\frac{a^2+b^2}{5ab}$.

b) Determinați numerele naturale nenule a, b și c care verifică proporțiile: $\frac{a}{5b}=\frac{5}{c}$, $\frac{c}{10a}=\frac{5a}{b}$ și $\frac{50}{8c}=\frac{1}{ab}$.

3. a) Aflați perechile de numere naturale care au produsul 1215 și cel mai mare divizor comun este 9.

b) Două drepte paralele tăiate de o secantă formează opt unghiuri astfel încât trei dintre acestea au suma măsurilor egală cu 276^0. Determinați măsurile unghiurilor.

4. Se consideră unghiurile adiacente și complementare AOB și BOC, punctele D, E în interiorul unghiului AOB astfel încât $\sphericalangle AOD\equiv\sphericalangle DOE\equiv\sphericalangle EOB$, OF bisectoarea unghiului BOC și $\sphericalangle DOF=56^0$.

a) Determinați măsurile unghiurilor AOB și BOC.

b) Dacă $OM\perp OE$ astfel încât punctul C să fie în interiorul unghiului BOM, arătați că semidreapta OF este bisectoarea unghiului DOM.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN ARAD
Strada Corneliu Coposu nr.26, Telefon: 0257 / 28 00 08, Fax 0257 / 21 47 46,
web : www.isjarad.ro e-mail: inf_arad@isjarad.ro
MINISTERUL EDUCAȚIEI

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ –
10.02.2024
CLASA a VI - a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
Timp de lucru: 3 ore

1. Gegeben sind die Zahlen $a=3n+5$, $b=2n+3$, $c=n+2$, $n\in\mathbb{N}$. Beweist, daß $(a-1)^2<[a,b]+[a,c]<(a+1)^2$, wo $[a,b]$ das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen a und b ist.

2. a) Gegeben ist die Verhältnisgleichung $\frac{a}{3}=\frac{b}{4}$, wo a und b sstrikt positive rationale Zahlen sind. Berechnet den Wert des Verhältnisses $\frac{a^2+b^2}{5ab}$.

b) Bestimmt die von Null verschieden natürlichen Zahlen a, b und c für die: $\frac{a}{5b}=\frac{5}{c}$, $\frac{c}{10a}=\frac{5a}{b}$ und $\frac{50}{8c}=\frac{1}{ab}$.

3. a) Bestimmt die Paare von natürlichen Zahlen mit dem Produkt 1215 und dem größsten gemeinsamen Teiler 9.

b) Zwei parallele Geraden geschnitten von einer Sekanten binden 8 Winkel so daß die Summe der Masse von drei der Winkel 276^0 beträgt. Berechnet die Masse der Winkel.

4. Gegeben sind die anliegenden Komplementwinkel AOB und BOC. Die Punkte D und E sind im Inneren des Winkels AOB so daß $\sphericalangle AOD\equiv\sphericalangle DOE\equiv\sphericalangle EOB$, OF ist die Winkelhablbierende des Winkels BOC und $\sphericalangle DOF=56^0$.

a) Bestimmt die Masse der Winkel AOB und BOC.

b) Wenn $OM\perp OE$ so daß der Punkt C in Inneren des Winkels BOM liegt, beweist daß der Strahl OF die Winkelhalbierende des Winkels DOM ist.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ -

10.02.2024

CLASA a VII - a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
Timp de lucru: 3 ore

1. Se consideră numărul $a = \left(\frac{1}{\sqrt{99}} - \frac{1}{\sqrt{44}} + \frac{1}{\sqrt{176}}\right) : \left(-2\sqrt{396}\right)^{-1}$.

Arătați că numărul a este întreg.

2. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic isoscel, cu m(∡BAC)=90°. Fie D simetricul centrului cercului înscris în triunghiul ABC, față de latura BC. Demonstrați că triunghiul ACD este isoscel.

3. Se consideră rombul ABCD, punctul E situat pe latura AD și prelungim latura AB cu segmentul BF, așa încât BF=DE. Știind că CE=DF iar $\sphericalangle DCE = \sphericalangle BDF$, aflați măsurile unghiurilor rombului ABCD.

4. Se consideră mulțimile $A = \left\{n \in \mathbb{N} \,\middle|\, \frac{4}{3} \leq \frac{n+1}{6} \leq \frac{7}{4}\right\}$ și $B = \left\{n \in \mathbb{N} \,\middle|\, \frac{n^2-4n+8}{n-4} \in \mathbb{N}\right\}$.

Să se determine: $A \cup B$ și $A \cap B$.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ -
10.02.2024
CLASA a VIII - a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
Timp de lucru: 3 ore

1. Se consideră numerele reale *x* și *y*, astfel încât $x \in [-1, 2]$ și $2y = x+1$. Determinați valoarea expresiei : $E = \sqrt{(x+1)^2} + |x-2| + \sqrt{3(2y-3)^2 + (x-2)^2} + \sqrt{(x+1)^2 + 12y^2}$.

2. Se consideră tetraedrul *ABCD* cu lungimile muchiilor *AB*, *BC* și *CA* invers proporționale cu numerele 0,(3); 0,25 și 0,2. Pe muchia *CD* a tetraedrului se consideră un punct *P* și se construiește un punct *Q* care este simetricul lui *P* față de *B*. Demonstrați că:

a) Δ ABC este dreptunghic

b) dacă AP = AQ , atunci $AB \perp (BCD)$.

3. În cubul ABCDA'B'C'D' punctele M, N și P sunt mijloacele muchiilor BB', C'D' și respectiv C'B'. Calculați sinusul unghiului format de dreptele AM și NP.

4. Determinați perechile de numere întregi *(x, y)* pentru care are loc relația:

$2x^2 + 5y^2 - 11xy = -25$.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ -
10.02.2024
CLASA a VIII - a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
Timp de lucru: 3 ore

1. Es seien die reellen Zahlen *x* und *y*, so dass $x \in [-1,2]$ und $2y = x+1$. Bestimmt den Wert des Ausdrucks: $E = \sqrt{(x+1)^2} + |x-2| + \sqrt{3(2y-3)^2 + (x-2)^2} + \sqrt{(x+1)^2 + 12y^2}$.

2. Sei *ABCD* ein Tetraeder mit den Längen der Kanten *AB*, *BC* und *CA* umgekehrt proportional zu den Zahlen 0,(3); 0,25 și 0,2. Auf der Kante *CD* des Tetraeders nimmt man ein Punkt *P* und sei *Q* der symmetrische Punkt des Punktes *P* in Bezug auf *B*. Beweist, dass:

a) Δ ABC ist rechtwinklig

b) wenn AP = AQ , dann AB⊥(BCD).

3. Im Würfel ABCDA'B'C'D' sind die Punkte M, N und P die Mitten der Kanten BB', C'D' bzw. C'B'. Berechnet den Sinus des Winkels gebildet von den Geraden AM und NP.

4. Bestimmt die Paare von ganzen Zahlen *(x, y)*, welche die Gleichung:

$2x^2 + 5y^2 - 11xy = -25$ erfüllen.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ -
10.02.2024
CLASA a IX - a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
Timp de lucru: 3 ore

1. a) Calculați suma $S = [\sqrt{1 \cdot 2}] + [\sqrt{2 \cdot 3}] + [\sqrt{3 \cdot 4}] + \ldots + [\sqrt{n \cdot (n+1)}], n \in \mathbb{N}^*$.

b) Rezolvați în $\mathbb{R}^*$ ecuația $[x] + \left\{\frac{1}{x}\right\} = \{x\} + \left[\frac{1}{x}\right]$, unde $[x]$ și $\{x\}$ sunt partea întreagă, respectiv partea fracționară a numărului real x.

2. Coardele $[AB]$ și $[CD]$ ale cercului $\mathcal{C}(O,r)$ sunt perpendiculare și se intersectează în punctul P. Să se demonstreze relația: $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PO}$.

3. Fie ABCD un patrulater și punctele M, N, P, Q astfel încât

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{PC}$, $\overrightarrow{DQ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DA}$.

a) Demonstrați că $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MQ} = \frac{3}{4}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}\right)$.

b) Arătați că dreapta MP trece prin mijlocul segmentului NQ.

4. a) Fie $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Arătați că $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \ldots + \frac{1}{2n-1} > \frac{n-1}{n+2}$

b) Fie $x \in (0,1)$. Arătați că $x - x^3 < \frac{1}{2}$

NEMZETI MATEMATIKA OLIMPIÁSZ
- HELYI SZAKASZ -
2024.02.10.
IX. OSZTÁLY

Megjegyzés: Minden tétel kötelező. Minden tételt 0-tól 7-ig pontoznak.
A vizsgalapra részletes megoldást kell írni.
Munkaidö: 3 óra

1. a) Számítsátok ki az $S=[\sqrt{1\cdot 2}]+[\sqrt{2\cdot 3}]+[\sqrt{3\cdot 4}]+...+[\sqrt{n\cdot(n+1)}]$, $n\in N^*$ összeget!

b) Oldjátok meg az R^* halmazon az $[x]+\left\{\frac{1}{x}\right\}=\{x\}+\left[\frac{1}{x}\right]$ egyenletet, ahol $[x]$ és $\{x\}$ az x valós szám egész részét, illetve a tört részét jelöli.

2. A $\mathscr{C}(O,r)$ körben $[AB]$ és $[CD]$ egymásra merőleges húrok, melyek P pontban metszik egymást. Igazoljuk a $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=2\overrightarrow{PO}$ összefüggést.

3. Adott az ABCD négyszög és az M, N, P, Q pontok úgy, hogy:

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB},\ \overrightarrow{BN}=3\overrightarrow{NC},\ \overrightarrow{DP}=\overrightarrow{PC},\ \overrightarrow{DQ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DA}.$

a) Bizonyítsátok be, hogy $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MQ}=\frac{3}{4}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)$.

b) Mutassátok ki, hogy az MP egyenes átmegy az NQ szakasz felezőpontján!

4. a) Adott $n\in\mathbb{N}, n\geq 2$. Mutassátok ki, hogy $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+...+\frac{1}{2n-1}>\frac{n-1}{n+2}$

b) Adott $x\in(0,1)$. Mutassátok ki, hogy $x-x^3<\frac{1}{2}$

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ -
10.02.2024
CLASA a X - a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
Timp de lucru: 3 ore

1. Demonstrați că $\sqrt[3]{7-a\sqrt{2}}+\sqrt[3]{7+a\sqrt{2}}=2$ dacă și numai dacă $a\in\{-5,5\}$.

2. Să se demonstreze inegalitățile:

a) $\log_x\left(\frac{2xy}{x+y}\right)+\log_y\left(\frac{2xy}{x+y}\right)\geq 2,\ x,y\in(0,1)$.

b) $\frac{\log_x y}{x+y}+\frac{\log_y z}{y+z}+\frac{\log_z x}{z+x}\geq\frac{9}{2(x+y+z)}$, unde $x,y,z\in(0,1)$ sau $x,y,z\in(1,\infty)$.

3. Fie $z_1,z_2,z_3\in\mathbb{C}$ cu $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$ și $\frac{z_1}{z_2}+\frac{z_2}{z_3}+\frac{z_3}{z_1}=1$. Determinați valoarea maximă a expresiei $E=\left|\frac{z_1}{z_2}+\frac{2z_2}{z_3}+\frac{3z_3}{z_1}\right|$.

4. Determinați funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ cu proprietatea că

$$f\left(x+f\left((1+x)y\right)\right)=(1+y)f(x)+1$$

pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.

NEMZETI MATEMATIKA OLIMPIÁSZ
- HELYI SZAKASZ -
2024.02.10.
X. OSZTÁLY

Megjegyzés: Minden tétel kötelező. Minden tételt 0-tól 7-ig pontoznak.
A vizsgalapra részletes megoldást kell írni.
Munkaidö: 3 óra

1. Bizonyítsátok be, hogy $\sqrt[3]{7-a\sqrt{2}}+\sqrt[3]{7+a\sqrt{2}}=2$ akkor és csak akkor, ha $a\in\{-5,5\}$.

2. Bizonyítsátok be a következő egyenlőtlenségeket:

a) $\log_x\left(\frac{2xy}{x+y}\right)+\log_y\left(\frac{2xy}{x+y}\right)\geq 2,\ x,y\in(0,1)$.

b) $\frac{\log_x y}{x+y}+\frac{\log_y z}{y+z}+\frac{\log_z x}{z+x}\geq\frac{9}{2(x+y+z)}$, ahol $x,y,z\in(0,1)$ vagy $x,y,z\in(1,\infty)$.

3. Legyen $z_1,z_2,z_3\in C$ úgy, hogy $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$ és $\frac{z_1}{z_2}+\frac{z_2}{z_3}+\frac{z_3}{z_1}=1$. Határozzátok meg az $E=\left|\frac{z_1}{z_2}+\frac{2z_2}{z_3}+\frac{3z_3}{z_1}\right|$ kifejezés maximális értékét!

4. Határozzátok meg azokat az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvényeket, melyek a következő tulajdonsággal rendelkeznek:

$$f\left(x+f\left((1+x)y\right)\right)=(1+y)f(x)+1,\text{ bármely } x,y\in R \text{ esetén.}$$

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ -
10.02.2024
CLASA a XI - a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
Timp de lucru: 3 ore

1. Fie matricele $A, B \in M_n(\mathbb{C})$cu $A^3 = A^2$ și $A + B = I_n$. Să se arate că matricea $I_n + AB$ este inversabilă.

2. Fie A$\in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$. Arătați că det(A + I_2) = det(A - I_2) dacă și numai dacă Tr(A) = 0 .

3. Să se calculeze : $\lim\limits_{x \to 4} \frac{\sqrt[3]{x-5}+\sqrt{x-3}}{\sqrt{5-x}+\sqrt[3]{3-x}}$.

4. Arătați că șirul $(x_n)_{n\geq 1}$ definit recurent prin $x_1 = a > 1$ și $x_{n+1} = \frac{1}{3}\left(2x_n + \frac{1}{x_n^2}\right)$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ este convergent la 1.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN ARAD
Strada Corneliu Coposu nr.26, Telefon: 0257 / 28 00 08, Fax 0257 / 21 47 46,
web : www.isjarad.ro e-mail: inf_arad@isjarad.ro
MINISTERUL EDUCAȚIEI

NEMZETI MATEMATIKA OLIMPIÁSZ
- HELYI SZAKASZ -
2024.02.10.
XI-ik OSZTÁLY

Megjegyzés : Minden tétel kötelező. Minden tételt 0-tól 7-ig pontoznak.
A versenylapra a teljes megoldást kell leirni
Munkaidő : 3 óra

1. Adottak az $A, B \in M_n(\mathbb{C})$ mátrixok, ahol $A^3 = A^2$ és $A + B = I_n$. Mutasd ki, hogy az $I_n + AB$ mátrix invertáható.

2. Legyen A $\in M_2(\mathbb{C})$ mátrix. Mutasd ki, hogy det(A+ I_2) = det (A- I_2), akkor és csakis akkor, ha Tr(A) = 0 .

3. Számitsd ki : $\lim\limits_{x\to 4} \frac{\sqrt[3]{x-5}+\sqrt{x-3}}{\sqrt{5-x}+\sqrt[3]{3-x}}$.

4. Mutasd ki, hogy a rekurensen értelmezett $(x_n)_{n\geq 1}$ sorozat, ahol $x_1 = a > 1$ és $x_{n+1} = \frac{1}{3}(2x_n + \frac{1}{x_n^2})$ bármelyik $n \in N^*$estében konvergál az 1-hez.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ -
10.02.2024
CLASA a XII - a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
Timp de lucru: 3 ore

1. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x + y + xy$ și se notează $x_n = \underbrace{x * x * \ldots * x}_{n \text{ de } x}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Să se determine:

a) numerele reale x care sunt egale cu simetricele lor în raport cu legea „* ”;

b) numerele reale y pentru care $y_6 = 63$;

c) numerele reale k pentru care mulțimea $M = [k, +\infty)$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea „* ”.

2. Să se calculeze

$$\int \frac{x^3 \cdot e^x}{(x+3)^2} \mathrm{d}x.$$

3. Se consideră grupul $(G,\cdot)$ cu elementul neutru e.

a) Demonstrați că $(aba^{-1})^n = ab^n a^{-1}, \forall a, b \in G$ și $n \in \mathbb{N}^*$;

b) Demonstrați că dacă există $a, b \in G$ astfel încât $ababa = babab$, atunci $a^{2024} = e$, dacă și numai dacă $b^{2024} = e$.

4.

a) Să se arate că funcțiile $F, G: (0, +\infty) \to \mathbb{R}, F(x) = arctg\, x$ și $G(x) = -arctg\, \frac{1}{x}$ sunt primitive ale aceleași funcții;

b) Să se calculeze

$$\int_{\frac{1}{n}}^{n} \frac{(x \ln x)^{2023}}{(x^2 + x + 1)^{2024}} \cdot \cos(2024 arctg\, x) \mathrm{d}x, \text{unde } n \in \mathbb{N}^*.$$