

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală 12 februarie 2024

Clasa a V-a

Problema 1

- a) Determinați cel mai mic și cel mai mare număr natural de patru cifre care împărțite la 47 să dea restul 13.
- b) Aflați suma tuturor numerelor naturale de patru cifre care împărțite la 47 dau restul 13.

Problema 2

Se consideră numerele $a = 32^5 \cdot 2^{36} - 12^{30} : 9^{15} - 4^{25} \cdot 8^3$ și $b = 3^{39} + 12^{39} : 2^{78} + 27^{13}$.

- a) Arătați că numai unul dintre numerele a și b este pătrat perfect.
- b) Demonstrați că $a < b$.

Problema 3

Determinați numerele naturale $\overline{ab}, \overline{mn}$ și cifra c care verifică simultan relațiile:

$$\overline{ab} + c = \overline{mn} \text{ și } \overline{ab} - c = \overline{nm}.$$

(Supliment Gazeta Matematică)

Problema 4

Scriem la rând 2024 de numere naturale nenule distincte, cu proprietatea că suma oricăror două numere vecine este un număr par.

- a) Arătați că oricum am alege șapte numere dintre cele 2024 de numere, există cel puțin două numere a căror diferență este divizibilă cu 12.
- b) Demonstrați că cea mai mică sumă posibilă a celor 2024 de numere este un număr pătrat perfect.