

## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICA

### ETAPA LOCALĂ

12.02.2024

### CLASA a VIII-a

7p	<b>Problema 1.</b>	Se consideră numerele reale pozitive $a > b > c$ . Arătați că $\frac{(a-b)^2 + (b-c)^2 - (c-a)^2}{(a+b)^2 - (b+c)^2 - (a-c)^2} < 0$
7p	<b>Problema 2.</b>	Fie intervalele $I = \left\{ x \in \mathbb{R} /  1 - x  \geq \frac{1}{2} \right\}$ și $J = \left\{ x \in \mathbb{R} / x\sqrt{2} + 2 < 2 \left( x + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right\}$ Arătați că numărul $a = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}-1}{2} \notin I$ și stabiliți dacă $a \in J$ .
7p	<b>Problema 3.</b>	Fie $l_a$ lungimea bisectoarei corespunzătoare unghiului A al triunghiului ABC. Demonstrați că $l_a$ nu poate fi egală cu media geometrică a laturilor AB și AC. <i>GM, problema E:16097</i>
7p	<b>Problema 4.</b>	Triunghiul ABC este echilateral, iar O este centrul cercului circumscris acestui triunghi. Se construiește $MO \perp (ABC)$ , astfel încât $MO = AB = 6\text{cm}$ . a) Arătați că suma distanțelor de la punctul O la fețele tetraedrului MABC este mai mică decât 5cm. b) Dacă G este centrul de greutate al triunghiului MAB, demonstrați că aria patrulaterului OGMC este egală cu $\frac{8}{9}$ din aria triunghiului ABC.