

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ 12.02.2024
CLASA a X-a

1. Pentru $a, b \in (0, 1)$ demonstrați că are loc inegalitatea $\log_a \frac{2ab}{a+b} \cdot \log_b \frac{2ab}{a+b} \geq 1$.
2. Să se calculeze partea întragă a numărului $\log_3 5 + \log_5 7 + \log_7 3$. (*G.M. – B Nr. 5. 2018*)
3. Să se rezolve ecuația $(625^x + 5^{\frac{1}{x}})(81^x + 3^{\frac{1}{x}}) = 900$.
4. Afixele z_1, z_2, z_3 ale vârfurilor triunghiului $A_1A_2A_3$ verifică următoarele condiții :
 - 1) $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$.
 - 2) $|z_1 + z_2|^2 + |z_2 + z_3|^2 + |z_3 + z_1|^2 = 3$.

Arătați că triunghiul $A_1A_2A_3$ este echilateral.

- Nu se acorda puncte din oficiu.
- Pentru orice soluție corectă, diferită de cea din barem, se acorda punctajul corespunzător.
- Fiecare exercițiu este punctat de la 0 la 7.