

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 9.02.2024

CLASA a XI-a

Problema I. (7 puncte)

Să se calculeze determinantul $\Delta_n = \begin{vmatrix} 7 & 4 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 4 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 7 & 4 & \dots & 0 & 0 \\ & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 3 & 7 \end{vmatrix}, n \in \mathbb{N}, n \geq 1.$

prof. Camelia Maria Chindriș, Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej
prof. Corina Livia Dragoș, Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej

Problema II. (7 puncte)

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{tr}(A^n)}{\text{tr}(A^{n+1})}$.

prof. Anca Cristina Hodorogea, Inspectoratul Școlar Județean Cluj

Problema III. (7 puncte)

Fie $(x_n)_{n \geq 1}$ un șir de numere reale pozitive definit prin: $x_1 > 0$ și $3 \cdot x_n = 2 \cdot x_{n-1} + \frac{27}{x_{n-1}^2}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Să se arate că șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ este convergent și să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

prof. Gheorghe Lobonț, Colegiul Național „Emil Racoviță” Cluj-Napoca

Problema IV. (7 puncte)

Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{2024} - \sin^{2024} x}{x^{2026}}$.

prof. Eugen Jecan, Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!