MINISTERUL EDUCAȚIEI

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 9.02.2024
CLASA a VII-a

Problema I. (7 puncte)

Se consideră numerele reale

$$a=\sqrt{1\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{1\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{1\frac{1}{4}}\cdot\ \dots\ \cdot\sqrt{1\frac{1}{2024}}\cdot\sqrt{2}\quad \text{și}\quad b=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}+\cdots+\frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2024}}{\sqrt{2024\cdot 2025}}.$$

Calculați rădăcina pătrată a numărului $n=a\cdot b+5$.

prof. Rodica Lădar, Liceul Teoretic Ana Ipătescu Gherla

Problema II. (7 puncte)

a) Arătați că numărul $\sqrt{17+12\sqrt{2}}+\sqrt{17-12\sqrt{2}}\in\mathbb{N}$.

b) Calculați partea întreagă și partea fracționară a numărului

$$A=\left[\left(\sqrt{17+12\sqrt{2}}\right)^{2023}+\frac{1}{\left(\sqrt{17-12\sqrt{2}}\right)^{2023}}\right]\cdot\frac{\left(21-14\sqrt{2}\right)^{2024}}{4\cdot 7^{2024}}-\frac{1}{2}.$$

prof. Alin Mizgan, Liceul Teoretic „ Petru Maior” Gherla

Problema III. (7 puncte)

Se consideră două cercuri $\mathcal{C}_1(O)$ și $\mathcal{C}_2(Q)$ de centre O și Q tangente exterioare în punctul T. Fie AB o tangentă comună celor două cercuri, $A\in\mathcal{C}_1(O)$, $B\in\mathcal{C}_2(Q)$, iar punctele D și C, puncte diametral opuse lui T, $D\in\mathcal{C}_1(O)$ și $C\in\mathcal{C}_2(Q)$. Să se demonstreze că $ATBP$ este dreptunghi, unde $\{P\}=DA\cap CB$.

prof. Kerekeș Sorina Natalia, Colegiul Național ”Gheorghe Șincai” Cluj-Napoca

Problema IV. (7 puncte)

În triunghiul ABC, M este mijlocul laturii BC, iar BN și CP sunt perpendiculare pe AC, respectiv AB. Știind că triunghiul MNP este echilateral, AB=8 cm, AC=10 cm, calculați aria triunghiului BMN.

prof. Buju Aura Liceul Teoretic Petru Maior Gherla

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!