

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ CLASA a VI-a

București

10.02.2024

Numele:

.....

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:

.....

Școala de proveniență:

.....

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura



MINISTERUL EDUCAȚIEI



SOCIETATEA DE
ȘTIINȚE MATEMATICE
DIN ROMÂNIA



INSPECTORATUL ȘCOLAR AL
MUNICIPIULUI BUCUREȘTI

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Locală - 10 februarie 2024

CLASA a VI-a

Timp de lucru: 180 de minute

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

Alegeți varianta de răspuns. Pentru fiecare întrebare, un singur răspuns este cel corect.

1. Doi muncitori sapă 2 m de șanț în 2 ore. În 5 ore, câți muncitori vor săpa 5 m de șanț?

A 5

B 10

C 4

D 3

E 2

2. Dacă \overline{abab} și răsturnatul său sunt direct proporționale cu numerele 2 și 9, atunci suma $a + b$ este egală cu:

A 11

B 7

C 9

D 8

E 0

3. Un obiect se ieftinește cu 40%. Cu cât la sută ar trebui să se scumpească, pentru a ajunge la prețul inițial?

A 0, (6)%

B 40%

C 60%

D 66, (6)%

E 70%

4. Fie două unghiuri adiacente suplementare $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOD$ și semidreapta $OC \subset Int(\sphericalangle BOD)$. Aflați $\sphericalangle COD - \sphericalangle AOB$, dacă au loc egalitățile:

$$6 \cdot \sphericalangle AOB = 3 \cdot \sphericalangle BOC = 4 \cdot \sphericalangle COD.$$

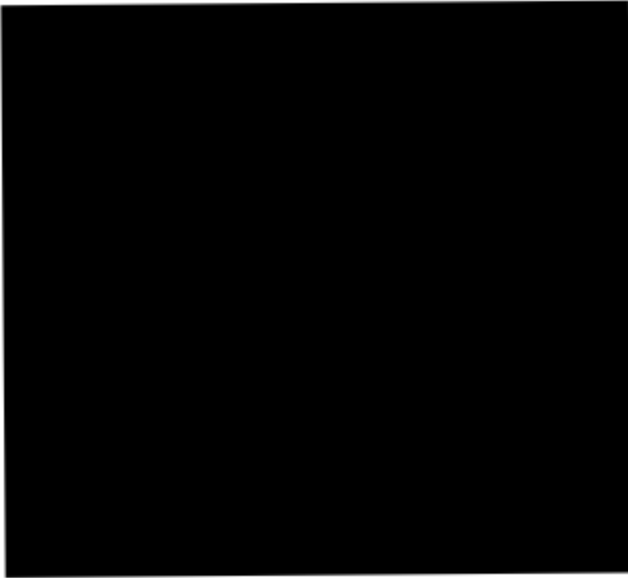
A 0°

B 20°

C 100°

D 60°

E 40°



5. Dacă raportul dintre măsura complementului și măsura suplementului unui unghi este $\frac{2}{5}$, atunci măsura unghiului este:

- A 15° B 30° C 60° D 90° E 150°

6. Fie $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ două unghiuri neadiacente. Știind că diferența lor este egală cu 60° , atunci măsura unghiului determinat de bisectoarele celor două unghiuri este egală cu:

- A 90° B 45° C 60° D 30° E 0°

7. Știind că $a - b + c = 44$ și $a + b = 76$, atunci suma numerelor naturale prime a , b , c , este egală cu:

- A 123 B 67 C 76 D 78 E 79

8. Restul împărțirii lui 8^{2024} la 13 este:

- A 12 B 1 C 8 D 9 E 5

9. Câte numere naturale \overline{abc} pentru care \overline{abc} , \overline{bca} , \overline{cab} sunt direct proporționale cu \overline{ab} , \overline{bc} , \overline{ca} există?

- A 1 B 10 C 8 D 0 E 9

10. Câte perechi de numere naturale nenule (x, y) care verifică $xy + 2x + 3y = 22$ există:

- A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

11. Știind că $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{337} = \frac{2021}{2022}$, atunci suma numerelor naturale x, y, z este egală cu:

- A 58 C 2021 B 342 D 56 E 3

12. Numărul divizorilor lui $N = 2023^{22}$ care sunt pătrate perfecte sau cuburi perfecte este egal cu:

- A 364 B 33 C 265 D 44 E 18

13. Se știe că numărul $A = \overline{abcabc} + \overline{d00d}$ este pătrat perfect. Câte numere \overline{abc} există?

- A 0 B 10 C 9 D 5 E 8

14. În jurul punctului O considerăm unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ adiacente, cu $\sphericalangle AOB < \sphericalangle BOC$ și $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC < 180^\circ$. Notăm cu OM și ON bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$, respectiv $\sphericalangle BOC$, iar cu OP bisectoarea unghiului $\sphericalangle MON$. Știind că suplementul unghiului $\sphericalangle AOC$ este de 4 ori mai mare decât $\sphericalangle POB$, atunci măsura unghiului $\sphericalangle BOC$ este egală cu:

- A 36° B 30° C 45° D 90° E 15°

15. Fie unghiul alungit $\sphericalangle AOB$. De aceeași parte a dreptei AB , pornind de la A spre B , se consideră punctele M, N și P . Unghiurile $\sphericalangle AOM$, $\sphericalangle MON$, $\sphericalangle NOP$ și $\sphericalangle POB$ au măsurile exprimate prin grade sexagesimale astfel: $\sphericalangle AOM = x$, $\sphericalangle MON = x + n$, $\sphericalangle NOP = x + 2n$, $\sphericalangle POB = x + 3n$, unde $x > 1$ și $n \in \mathbb{N}^*$. Diferența dintre cea mai mare și cea mai mică valoare pe care o poate lua x este:

A 35° B 45° C 42° D 44° E 30°

16. Fie unghiul $\sphericalangle AOD$ cu $\sphericalangle AOD < 180^\circ$ și, în interiorul său, semidreptele OX, OB, OC, OY , astfel încât să avem următoarea ordine: OA, OX, OB, OC, OY, OD . Dacă $\sphericalangle AOD = t \sphericalangle BOC$, $\sphericalangle BOX = k \sphericalangle AOX$, $\sphericalangle YOC = k \sphericalangle DOY$, unde $k, t > 1$, atunci valoarea raportului $\frac{\sphericalangle BOC}{\sphericalangle XOY}$ este egală cu:

A $\frac{k}{t}$ B $\frac{k+1}{kt}$ C $\frac{k}{kt+1}$ D $\frac{k+1}{kt+1}$ E $\frac{k}{tk+1}$

17. Se consideră mulțimea:

$A = \{\overline{abc} \mid a > c \text{ și există } p \text{ număr natural prim, } p > 2 \text{ astfel încât } (\overline{abc} - \overline{cba}) : p^3\}$. Atunci cardinalul mulțimii A este egal cu:

A 10 B 100 C 90 D 60 E 0

18. În mulțimea $\{1, 2, 3, \dots, n\}$, 123 de numere se divid cu 2, dar nu se divid cu 4, iar 62 de numere se divid cu 4, dar nu se divid cu 8. Câte numere n îndeplinesc condiția.

A 0 B 1 C 492 D 2 E $n \geq 400$

19. Pe segmentul AB se consideră punctele M și N astfel încât $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$ și $\frac{AN}{AB} = \frac{4}{5}$. Fie O și P mijloacele segmentelor MN , respectiv AB . Dacă $OP = 10,5 \text{ cm}$, atunci lungimea segmentului AB este:

A nu se poate de- B 90 cm C 45 cm D 60 cm E 50,5 cm

termina

20. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente suplementare și $\sphericalangle AOB = 150^\circ$. În semiplanul opus semiplanului determinat de dreapta AC și punctul B se consideră semidreptele $OD, OE, OF \subset \text{Int}(\sphericalangle AOD)$ astfel încât $\sphericalangle DOB = 120^\circ$, $\sphericalangle EOC = 2 \cdot \sphericalangle BOC$ și $\sphericalangle FOD \equiv \sphericalangle EOC$. Atunci măsurile unghiurilor EOB, DOC și BOF sunt:

A $90^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ B $60^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ C $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ D $30^\circ, 60^\circ, 180^\circ$ E $45^\circ, 45^\circ, 180^\circ$

21. Pe cercul $\mathcal{C}(O, R)$ se consideră punctele A, B, C, D, E , distincte, în această ordine astfel încât măsurile arcelor $\widehat{AB}, \widehat{BC}, \widehat{CD}$ să fie direct proporționale cu numerele 5, 2, 4, iar măsurile arcelor $\widehat{CD}, \widehat{DE}$ și \widehat{EA} să fie invers proporționale cu numerele 0, 1(6), 0, (6), 0, 5. Dacă OM este bisectoarea $\sphericalangle BOD$ și ON este bisectoarea unghiului $\sphericalangle EOA$ atunci $\sphericalangle MOD + \sphericalangle EON$:

A 88° B 99° C 90° D 45° E 60°

22. Dreptele AB și CD se intersectează în O ($\sphericalangle AOD$ ascuțit). Fie OM bisectoarea $\sphericalangle AOD$, OL bisectoarea $\sphericalangle MOB$, OF bisectoarea $\sphericalangle LOC$. Dacă $\sphericalangle AOD = x$ și $\sphericalangle MOF = 139^\circ$, atunci măsurile unghiurilor x și $\sphericalangle MOL$ sunt egale cu:

A $41^\circ, 82^\circ$ B $32^\circ, 82^\circ$ C $32^\circ, 64^\circ$ D $30^\circ, 90^\circ$ E $15^\circ, 60^\circ$

23. Fie unghiul propriu $\sphericalangle AOB$ și punctele M, N astfel încât M este în interiorul unghiului $\sphericalangle AOB$, iar N în exteriorul unghiului $\sphericalangle AOB$. Considerăm semidreapta OP , unde P aparține interiorului unghiului $\sphericalangle AOM$, astfel încât măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOP$ și $\sphericalangle POM$ sunt direct proporționale cu 2 și 3, iar $\sphericalangle POB = 60^\circ$. Dacă $\sphericalangle BOM = 3 \cdot \sphericalangle BON$, iar OQ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOP$, atunci măsura unghiului $\sphericalangle NOQ$ este:

A 110° B 120° C 100° D 90° E 80°

24. La un concurs de matematică, la care participă 50 de elevi, se oferă spre rezolvare 3 probleme. Se știe că fiecare elev a rezolvat cel puțin o problemă corect și că numărul de soluții corecte ale tuturor concurenților este 100. Notăm cu m numărul celor care au rezolvat corect toate cele trei probleme. Care din afirmațiile următoare este adevărată?

A $m = 26$ B $m > 26$ C $m > 25$ D toate afirmațiile E $m \leq 25$
sunt false