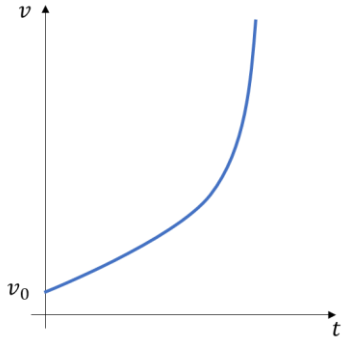
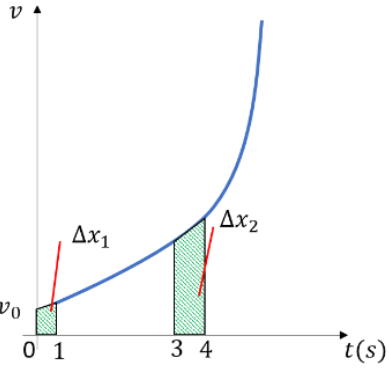




**Subiectul 1**

**(10 puncte)**

Cinematică	Parțial	Punctaj	
<b>1.a. (3 p)</b>			
$F(t) = c_1 t + c_2$ , unde $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ $a(t) = b_1 t + b_2$ , unde $b_1, b_2 \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} a(t_0) = a_0, \\ a(t_1) = a_1 \end{cases} \Rightarrow a(t) = \frac{a_1 - a_0}{t_1} t + a_0$	1p	3p	
Pentru $t \in [t_0, t_2]$ , $a_{med} = \frac{a_0 + a_2}{2}$ , $a_{med} = a_0 + \frac{a_1 - a_0}{2t_1} t_2$	1p		
$a_{med} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_0}{t_2 - t_0}$ $\Rightarrow v_2 = v_0 + a_0 t_2 + \frac{a_1 - a_0}{2t_1} t_2^2$ $v_2 = 17 \text{ m/s}$	1p		
<b>1. b. (1 p)</b>			
Pentru $t \in [t_0, t]$ , $a_{med} = \frac{a_0 + a(t)}{2}$ , $a_{med} = a_0 + \frac{a_1 - a_0}{2t_1} t$ $\Rightarrow v(t) = v_0 + a_0 t + \frac{a_1 - a_0}{2t_1} t^2$ , $v(t) = 1 + 2t + \frac{1}{2} t^2$	0,5p	1p	
	0,5p		
<b>1.c. (2p)</b>			
	aria fiecărei figuri hașurate este numeric egală cu distanța parcursă, $\Delta x_1$ în prima secundă și $\Delta x_2$ în ultima secundă; fiecare figură este bine aproximată de un trapez $\Delta x_1 = \frac{v_0 + v_1}{2} t_1$ , $v_1 = 3,5 \text{ m/s}$ , $\Delta x_1 = 2,25 \text{ m}$ $\Delta x_2 = \frac{v(t'_2) + v(t_2)}{2} (t_2 - t'_2)$ , $v'_2 = 11,5 \text{ m/s}$ , $v_2 = 17 \text{ m/s}$ , $\Delta x_2 = 14,25 \text{ m}$ *obs. Valorile exacte rezultă din $\Delta x = \int_{t_1}^{t_2} v dt$ și conduc la $\Delta x_1 = 2,16 \text{ m}$ respectiv $\Delta x_2 = 14,16 \text{ m}$ , erorile relative fiind sub 5%	1p 1p	2p
în ambele situații.			

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

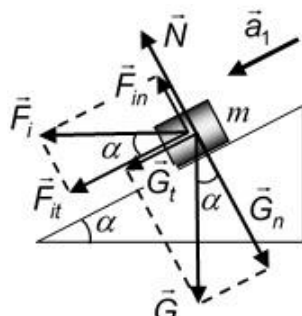
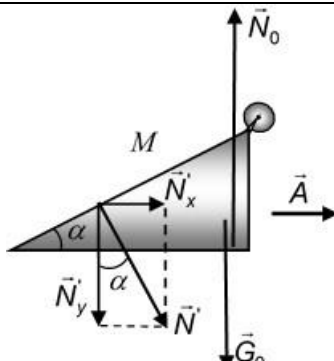


<b>d. (2p)</b>		
<p> <math>a_n = \frac{v^2}{R}</math>  <math>a_n = g \cos \alpha - a \sin \alpha</math>  <math>\text{tg } \alpha = \frac{v_y}{v_x}, v_y = g\tau, v_x = 1 + 2(t_2 + \tau) + \frac{1}{2}(t_2 + \tau)^2, v^2 = v_x^2 + v_y^2</math>  <math>v_x = 23,5\text{m/s}, v_y = 10\text{m/s}, \text{tg } \alpha \cong 0,43,</math>  <math>a(t) = \frac{a_1 - a_0}{t_1} t + a_0, a = 7\text{m/s}^2, a_n \cong 6,46\text{m/s}^2, v \cong 25,53\text{m/s}, R \cong 101\text{m}</math> </p>	0,75p	2p
	0,75p	
	0,5p	
<b>1.e. (1p)</b>		
$t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}, t_c = 4\text{s},$ $v_y = 40\text{m/s}, v_x = 49\text{m/s}, \text{tg } \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{40}{49}, \beta = 39,2^\circ$ $a_y = g = 10\text{m/s}^2, a_x = 2(t_2 + t_c) = 10\text{m/s}^2, \text{tg } \gamma = \frac{a_y}{a_x} = \frac{g}{a_x} = \frac{10}{10}, \gamma = 45^\circ$ $\gamma - \beta = 5,8^\circ$	0,25p	1p
	0,25p	
	0,25p	
<b>Oficiu</b>		1p
<b>Total</b>		10p

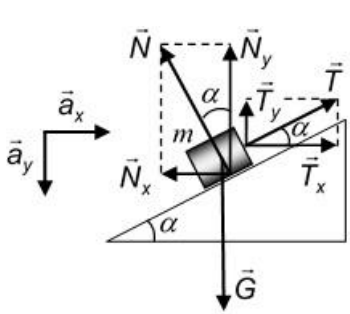
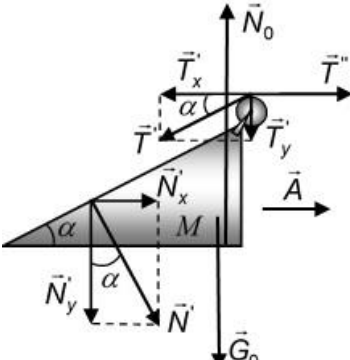
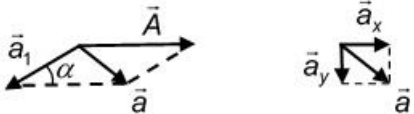
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

## Subiectul II

(10 puncte)

<i>Sistem de corpuri în mișcare</i>	Parțial	Punctaj
a) Pentru: Reprezentarea forțelor:   $N' = N$	0,5p	2p
$N \sin \alpha = MA$	0,5p	
în SRNI legat de prismă: $N + mAsin\alpha = mg\cos\alpha$	0,5p	
$N = \frac{MA}{\sin\alpha}$		
$\frac{MA}{\sin\alpha} + mAsin\alpha = mg\cos\alpha \Rightarrow A = \frac{mg\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$		
$N = \frac{Mmg\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$	0,5p	
b) Pentru:		1p
în SRNI legat de prismă: $mAc\cos\alpha + mg\sin\alpha = ma_1$	0,5p	
$a_1 = \frac{(M + m)g\sin\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$	0,5p	
c) Pentru:		1p
În situația $M \gg m$ se obține $\frac{m}{M} \cong 0$	0,2p	
$A = \frac{mg\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha} = \frac{mg\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{M \left(1 + \frac{m\sin^2\alpha}{M}\right)} \cong 0$	0,3p	
$a_1 = \frac{(M + m)g\sin\alpha}{M + m\sin^2\alpha} = \frac{M \left(1 + \frac{m}{M}\right) g\sin\alpha}{M \left(1 + \frac{m\sin^2\alpha}{M}\right)} \cong g\sin\alpha$	0,3p	
Deoarece corpurile erau inițial în repaus, în cazul $M \gg m$ prisma rămâne în repaus, iar blocul coboară pe prismă cu accelerația $a_1 \cong g\sin\alpha$	0,2p	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

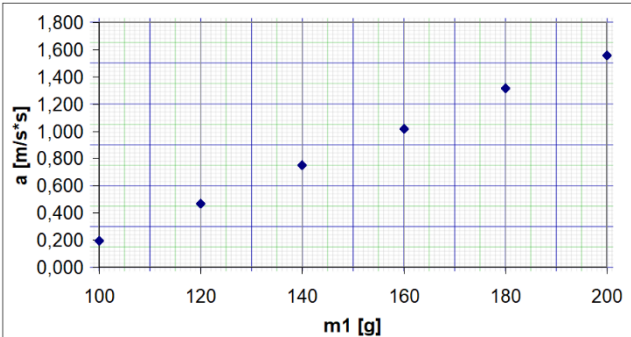
<p>d) Pentru:</p>  <p>Reprezentarea forțelor:</p> $T'' = T' = T$ $N' = N$ 	0,5p	
$T \cos \alpha - N \sin \alpha = m a_x$ $m g - T \sin \alpha - N \cos \alpha = m a_y$ $N \sin \alpha + T - T \cos \alpha = M A$	0,5p 0,5p 0,5p	
<p>La apropierea prisme față de perete firul orizontal se scurtează cu <math>\Delta x</math>, iar blocul se deplasează (coboară) pe suprafața înclinată a prisme cu <math>\Delta x_1 = \Delta x</math>. Ca urmare, mărimea accelerației blocului față de prismă este egală cu mărimea accelerației prisme față de podea: <math>a_1 = A</math></p>	0,2p	
		
$a_x = A - a_{1x} = A(1 - \cos \alpha)$ $a_y = a_{1y} = A \sin \alpha$	0,5p	
$N = \frac{T \cos \alpha - m A (1 - \cos \alpha)}{\sin \alpha}$ $T = A [M + m(1 - \cos \alpha)]$		4p
$A = \frac{m g \sin \alpha}{M + 2m(1 - \cos \alpha)}$	0,3p	
$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \text{ sau } a = \sqrt{a_1^2 + A^2 + 2a_1 A \cos(180^\circ - \alpha)}$	0,5p	
$a = \left[ \frac{m g \sin \alpha}{M + 2m(1 - \cos \alpha)} \right] \sqrt{2(1 - \cos \alpha)}$	0,5p	
<p>e) Pentru:</p> $N_0 = M g + N \cos \alpha + T \sin \alpha$	0,5p	
$N_0 = M g + m g \frac{M + m(1 - \cos \alpha)^2}{M + 2m(1 - \cos \alpha)}$ <p>sau</p> $N_0 = g \frac{M^2 + M m(3 - 2 \cos \alpha) + m^2(1 - \cos \alpha)^2}{M + 2m(1 - \cos \alpha)}$	0,5p	1p
<b>Oficiu</b>		1p
<b>Total</b>		10p

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



## Subiectul III

(10 puncte)

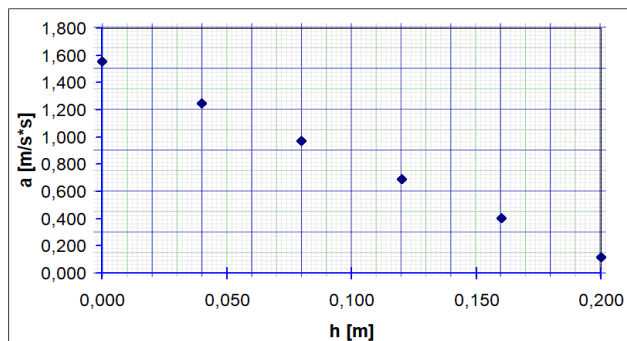
<i>Determinarea coeficientului de frecare</i>		Parțial	Punctaj																																		
<b>3.a. (3 p)</b>																																					
Exprimarea în unități din SI ai timpilor de mișcare ai sistemului în cele două experimente se obține prin împărțirea numărului de cadre corespunzător la valoarea de 30 cadre pe secundă.		0,5p																																			
Accelerațiile sistemului sunt date de relația: $a = 2 \cdot l / t^2$ în care $l = 1,000 m$ .		0,5p																																			
Tabelul 1. Valorile accelerațiilor sistemului în Experimentul I.		0,5p																																			
<table border="1"><thead><tr><th>i</th><th>Nr. cadre</th><th>t [s]</th><th>m1 [g]</th><th>a [m*s<sup>(-2)</sup>]</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>96</td><td>3,20</td><td>100</td><td>0,195</td></tr><tr><td>1</td><td>62</td><td>2,07</td><td>120</td><td>0,468</td></tr><tr><td>2</td><td>49</td><td>1,63</td><td>140</td><td>0,750</td></tr><tr><td>3</td><td>42</td><td>1,40</td><td>160</td><td>1,020</td></tr><tr><td>4</td><td>37</td><td>1,23</td><td>180</td><td>1,315</td></tr><tr><td>5</td><td>34</td><td>1,13</td><td>200</td><td>1,557</td></tr></tbody></table>	i			Nr. cadre	t [s]	m1 [g]	a [m*s <sup>(-2)</sup> ]	0	96	3,20	100	0,195	1	62	2,07	120	0,468	2	49	1,63	140	0,750	3	42	1,40	160	1,020	4	37	1,23	180	1,315	5	34	1,13	200	1,557
i	Nr. cadre	t [s]		m1 [g]	a [m*s <sup>(-2)</sup> ]																																
0	96	3,20	100	0,195																																	
1	62	2,07	120	0,468																																	
2	49	1,63	140	0,750																																	
3	42	1,40	160	1,020																																	
4	37	1,23	180	1,315																																	
5	34	1,13	200	1,557																																	
Fig. 1. Graficul accelerației sistemului în funcție de parametrul variabil $m_1$ .																																					
		0,5p																																			

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Tabelul 2. Valorile accelerațiilor sistemului în Experimentul II.

i	Nr. cadre	t [s]	h [m]	a [m*s <sup>-2</sup> ]
0	34	1,13	0,000	1,557
1	38	1,27	0,040	1,247
2	43	1,43	0,080	0,973
3	51	1,70	0,120	0,692
4	67	2,23	0,160	0,401
5	125	4,17	0,200	0,115

Fig. 2. Graficul accelerației sistemului în funcție de parametrul variabil  $h$ .



0,5p

0,5p

**3.b. (2 p)**

Accelerația de mișcare a sistemului în Experimentul I este dată de relația:

$$a = g \frac{m_1 - \mu \cdot m_2}{M}, \text{ în care } M = m_1 + m_2$$

0,5p

Accelerația inițială este:

$$a_0 = g \frac{m_{10} - \mu \cdot m_{20}}{M}$$

Accelerația la pasul i este:

$$a_i = g \frac{m_{1i} - \mu \cdot m_{2i}}{M} = g \frac{m_{10} + i\Delta m - \mu \cdot (m_{20} - i\Delta m)}{M}$$

$$a_i = g \frac{m_{10} - \mu \cdot m_{20}}{M} + i \cdot g(1 + \mu) \frac{\Delta m}{M}, \text{ sau}$$

$$a_i = a_0 + i\Delta a, \text{ în care } \Delta a = g(1 + \mu) \frac{\Delta m}{M}$$

Deci accelerația de mișcare a sistemului în Experimentul I depinde liniar masa  $m_1$ .

0,5p

2p

Accelerația de mișcare a sistemului în Experimentul II este dată de relația:

$$a = g \frac{m_1 - (m_2 \sin \alpha + \mu \cdot m_2 \cos \alpha)}{M}, \text{ în care } \sin \alpha = \frac{h}{l}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}.$$

0,5p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



<p>Accelerația inițială (pentru <math>h = 0</math>) este:</p> $a_0 = g \frac{m_1 - \mu \cdot m_2}{M}$ <p>Accelerația la pasul <math>i</math> este:</p> $a_i = g \frac{m_1 - (m_2 \sin \alpha_i + \mu \cdot m_2 \cos \alpha_i)}{M},$ <p>în care <math>\sin \alpha_i = \frac{i \Delta h}{l}</math> și <math>\cos \alpha_i = \frac{\sqrt{l^2 - i^2 (\Delta h)^2}}{l}</math>.</p> <p>Concluzia este că în Experimentul II accelerația sistemului <u>depinde neliniar</u> de parametrul <math>h = i \Delta h</math> (datorită neliniarității funcției <math>\cos \alpha_i</math>).</p>	0,5p																																									
<p><b>3.c. Varianta 1 (4p)</b></p>																																										
<p>c) Din cele prezentate la punctul b) rezultă că datele înregistrate în Experimentul I sunt descrise de o ecuație de forma:</p> $y = a + b \cdot x$ <p>ceea ce înseamnă că ele pot fi prelucrate cu ajutorul metodei celor mai mici pătrate. Pentru calculul coeficienților <math>a</math> și <math>b</math> prin metoda celor mai mici pătrate, trebuie rezolvat următorul sistem de ecuații:</p> $\begin{cases} na + b \sum x = \sum y \\ a \sum x + b \sum x^2 = \sum (x \cdot y) \end{cases}$ <p>în care notațiile utilizate au următoarele semnificații:</p> <p><math>n</math> – numărul eșantioanelor (determinărilor),  <math>\sum x</math> - suma tuturor valorilor <math>x</math>,  <math>\sum y</math> - suma tuturor valorilor <math>y</math>,  <math>\sum x^2</math> - suma tuturor pătratelor valorilor <math>x</math>,  <math>\sum (x \cdot y)</math> - suma tuturor produselor <math>x \cdot y</math>.</p>	1p	4p																																								
<p>În cazul nostru, datele experimentale ce trebuie prelucrate sunt reprezentate de coloanele <math>i</math> (pentru <math>x</math>) și <math>a</math> [<math>m \cdot s^{-2}</math>] (pentru <math>y</math>) din Tabelul 1. Folosind datele din Tabelul 1, obținem rezultatele prezentate în Tabelul 3.</p> <p>Tabelul 3. Valorile numerice ale cantităților <math>\sum x</math>, <math>\sum y</math>, <math>\sum x^2</math> și <math>\sum (x \cdot y)</math></p> <table border="1" data-bbox="360 1615 943 1980"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>y</math></th> <th><math>x^2</math></th> <th><math>x \cdot y</math></th> </tr> <tr> <th><math>i</math></th> <th><math>a</math> [<math>m \cdot s^{-2}</math>]</th> <th><math>i^2</math></th> <th><math>i \cdot a</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0,195</td><td>0</td><td>0,000</td></tr> <tr><td>1</td><td>0,468</td><td>1</td><td>0,468</td></tr> <tr><td>2</td><td>0,750</td><td>4</td><td>1,500</td></tr> <tr><td>3</td><td>1,020</td><td>9</td><td>3,060</td></tr> <tr><td>4</td><td>1,315</td><td>16</td><td>5,260</td></tr> <tr><td>5</td><td>1,557</td><td>25</td><td>7,785</td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>5,305</b></td><td><b>55</b></td><td><b>18,073</b></td></tr> <tr><td><math>\Sigma(x)</math></td><td><math>\Sigma(y)</math></td><td><math>\Sigma(x^2)</math></td><td><math>\Sigma(x \cdot y)</math></td></tr> </tbody> </table>	$x$	$y$	$x^2$	$x \cdot y$	$i$	$a$ [ $m \cdot s^{-2}$ ]	$i^2$	$i \cdot a$	0	0,195	0	0,000	1	0,468	1	0,468	2	0,750	4	1,500	3	1,020	9	3,060	4	1,315	16	5,260	5	1,557	25	7,785	<b>15</b>	<b>5,305</b>	<b>55</b>	<b>18,073</b>	$\Sigma(x)$	$\Sigma(y)$	$\Sigma(x^2)$	$\Sigma(x \cdot y)$	1p	
$x$	$y$	$x^2$	$x \cdot y$																																							
$i$	$a$ [ $m \cdot s^{-2}$ ]	$i^2$	$i \cdot a$																																							
0	0,195	0	0,000																																							
1	0,468	1	0,468																																							
2	0,750	4	1,500																																							
3	1,020	9	3,060																																							
4	1,315	16	5,260																																							
5	1,557	25	7,785																																							
<b>15</b>	<b>5,305</b>	<b>55</b>	<b>18,073</b>																																							
$\Sigma(x)$	$\Sigma(y)$	$\Sigma(x^2)$	$\Sigma(x \cdot y)$																																							

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



<p>Sistemul numeric de ecuații ce trebuie rezolvat este:</p> $\begin{cases} 6a + 15b = 5,305 \\ 15a + 55b = 18,073 \end{cases}$ <p>Prin rezolvarea sistemului se obțin valorile: <math>a = 0,197</math> și <math>b = 0,275</math></p>	<b>0,5p</b>	
<p>Pentru determinarea accelerației gravitaționale și a coeficientului de frecare la alunecare dintre corp și planul înclinat trebuie rezolvat sistemul:</p> $\begin{cases} g \frac{m_{10} - \mu \cdot m_{20}}{M} = \bar{a}_0 \\ g(1 + \mu) \frac{\Delta m}{M} = \overline{\Delta a} \end{cases}$ <p>în care <math>\bar{a}_0 = a = 0,197</math> și <math>\overline{\Delta a} = b = 0,275</math></p>	<b>0,5p</b>	
<p>Folosind notația <math>r = \frac{\overline{\Delta a}}{\bar{a}_0} = \frac{0,275}{0,197} = 1,396</math> se găsesc rădăcinile:</p> $\mu = \frac{m_{01}r - \Delta m}{m_{02}r + \Delta m}, \mu = \frac{100 \cdot 1,396 - 20}{700 \cdot 1,396 + 20} = \frac{119,6}{997,2} = 0,119 \text{ și}$ $g = \bar{a}_0 \frac{m_{02}r + \Delta m}{\Delta m}, g = 0,197 \frac{700 \cdot 1,396 + 20}{20} = 0,197 \frac{997,2}{20} = 9,822 \frac{m}{s^2}.$	<b>1p</b>	
<b>3.c. Varianta 2.1 (4p)</b>		
<p>Folosim valorile accelerațiilor calculate în Tabelul 1 de la punctul a) împreună cu proprietatea de creștere liniară a accelerației sistemului stabilită la punctul b):</p> $a_i = a_0 + i\Delta a, \text{ în care } a_0 = g \frac{m_{10} - \mu \cdot m_{20}}{M} \text{ și } \Delta a = g(1 + \mu) \frac{\Delta m}{M}$	<b>1p</b>	
<p>În acest caz trebuie rezolvat următorul sistem de ecuații:</p> $\begin{cases} g \frac{m_{10} - \mu \cdot m_{20}}{M} = a_0 \\ g(1 + \mu) \frac{\Delta m}{M} = \Delta a \end{cases}, \text{ în care } a_0 = 0,195 \frac{m}{s^2} \text{ și } \Delta a = a_1 - a_0 = 0,273 \frac{m}{s^2}.$	<b>1p</b>	<b>4p</b>
<p>Prin înlocuirea acestor valori numerice se obține sistemul:</p> $\begin{cases} g \frac{1 - 7\mu}{8} = 0,195 \\ g(1 + \mu) \frac{1}{40} = 0,273 \end{cases}$	<b>1p</b>	
<p>care are rădăcinile: <math>\mu = 0,12</math> și <math>g = 9,75 \frac{m}{s^2}</math></p>	<b>1p</b>	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.





<b>3.c. Varianta 2.2 (4p)</b>															
<p>Pentru a utiliza cât mai multe date experimentale din Tabelul 1, putem folosi în locul lui <math>\Delta a = a_1 - a_0</math> o valoare medie a variațiilor <math>\Delta a_{i,i+1} = a_{i+1} - a_i</math>.</p> <p>În acest caz trebuie rezolvat următorul sistem de ecuații:</p> $\begin{cases} g \frac{m_{10} - \mu \cdot m_{20}}{M} = a_0 \\ g(1 + \mu) \frac{\Delta m}{M} = \overline{\Delta a} \end{cases}$		1p	4p												
<p>în care:</p> $a_0 = 0,195 \frac{m}{s^2} \text{ și } \overline{\Delta a} = \frac{\Delta a_{01} + \Delta a_{12} + \Delta a_{23} + \Delta a_{34} + \Delta a_{45}}{5} = \frac{\Delta a_{05}}{5} = 0,272$		1p													
<p>Sistemul de ecuații numerice ce trebuie rezolvat este:</p> $\begin{cases} g \frac{1 - 7\mu}{8} = 0,195 \\ g(1 + \mu) \frac{1}{40} = 0,272 \end{cases}$		1p													
<p>și are rădăcinile: <math>\mu = 0,12</math> și <math>g = 9,75 \frac{m}{s^2}</math></p>		1p													
<b>3.c. Varianta 3 (4p)</b>															
<p>Folosind valorile accelerațiilor calculate în Tabelul 1 de la punctul a) împreună cu expresia accelerației sistemului prezentată la punctul b) pot fi scrise următoarele 6 ecuații numerice cu necunoscutele <math>g</math> și <math>\mu</math>:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>(i = 0)</math></td> <td><math>g \frac{1 - 7\mu}{8} = 0,195 \left[ \frac{m}{s^2} \right]</math></td> </tr> <tr> <td><math>(i = 1)</math></td> <td><math>g \frac{1,2 - 6,8\mu}{8} = 0,468 \left[ \frac{m}{s^2} \right]</math></td> </tr> <tr> <td><math>(i = 2)</math></td> <td><math>g \frac{1,4 - 6,6\mu}{8} = 0,750 \left[ \frac{m}{s^2} \right]</math></td> </tr> <tr> <td><math>(i = 3)</math></td> <td><math>g \frac{1,6 - 6,4\mu}{8} = 1,020 \left[ \frac{m}{s^2} \right]</math></td> </tr> <tr> <td><math>(i = 4)</math></td> <td><math>g \frac{1,8 - 6,3\mu}{8} = 1,315 \left[ \frac{m}{s^2} \right]</math></td> </tr> <tr> <td><math>(i = 5)</math></td> <td><math>g \frac{2 - 6\mu}{8} = 1,557 \left[ \frac{m}{s^2} \right]</math></td> </tr> </table>		$(i = 0)$	$g \frac{1 - 7\mu}{8} = 0,195 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$	$(i = 1)$	$g \frac{1,2 - 6,8\mu}{8} = 0,468 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$	$(i = 2)$	$g \frac{1,4 - 6,6\mu}{8} = 0,750 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$	$(i = 3)$	$g \frac{1,6 - 6,4\mu}{8} = 1,020 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$	$(i = 4)$	$g \frac{1,8 - 6,3\mu}{8} = 1,315 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$	$(i = 5)$	$g \frac{2 - 6\mu}{8} = 1,557 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$	1,5p	
$(i = 0)$	$g \frac{1 - 7\mu}{8} = 0,195 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$														
$(i = 1)$	$g \frac{1,2 - 6,8\mu}{8} = 0,468 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$														
$(i = 2)$	$g \frac{1,4 - 6,6\mu}{8} = 0,750 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$														
$(i = 3)$	$g \frac{1,6 - 6,4\mu}{8} = 1,020 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$														
$(i = 4)$	$g \frac{1,8 - 6,3\mu}{8} = 1,315 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$														
$(i = 5)$	$g \frac{2 - 6\mu}{8} = 1,557 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$														

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



<p>Întrucât cerința de la acest punct se referă la determinarea a două mărimi necunoscute (<math>g</math> și <math>\mu</math>) rezultă că este necesară utilizarea simultană a câte două ecuații (din lista celor 6 scrise mai sus). Folosind toate combinațiile de câte două ecuații, de forma <math>(i,k)</math> se pot obține în total 15 sisteme de ecuații distincte:</p> <table border="1" data-bbox="225 595 1075 1335"> <tr> <td><math>\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \end{cases}</math></td> <td><math>\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \end{cases}</math></td> </tr> <tr> <td><math>\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \end{cases}</math></td> <td><math>\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \end{cases}</math></td> </tr> <tr> <td><math>\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}</math></td> <td><math>\begin{cases} g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \\ g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \end{cases}</math></td> </tr> <tr> <td><math>\begin{cases} g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \\ g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \end{cases}</math></td> <td><math>\begin{cases} g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \\ g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \end{cases}</math></td> </tr> <tr> <td><math>\begin{cases} g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}</math></td> <td><math>\begin{cases} g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \\ g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \end{cases}</math></td> </tr> <tr> <td><math>\begin{cases} g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \\ g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \end{cases}</math></td> <td><math>\begin{cases} g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}</math></td> </tr> <tr> <td><math>\begin{cases} g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \\ g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \end{cases}</math></td> <td><math>\begin{cases} g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}</math></td> </tr> <tr> <td><math>\begin{cases} g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}</math></td> <td></td> </tr> </table> <p>Pentru determinarea mărimilor necunoscute <math>g</math> și <math>\mu</math> poate fi rezolvat oricare din aceste sisteme, cum ar fi de exemplu sistemul ce corespunde primei și ultimei înregistrări, adică combinația (0,5):</p> $\begin{cases} g \frac{1-7\mu}{8} = 0,195 \\ g \frac{2-6\mu}{8} = 1,557 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \\ g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \\ g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \\ g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \\ g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \\ g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \\ g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}$		<p>1,5p</p>	
$\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \end{cases}$																	
$\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \end{cases}$																	
$\begin{cases} g(1-7\mu) = 8 \cdot 0,195 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \\ g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \end{cases}$																	
$\begin{cases} g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \\ g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \\ g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \end{cases}$																	
$\begin{cases} g(1,2-6,8\mu) = 8 \cdot 0,468 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \\ g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \end{cases}$																	
$\begin{cases} g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \\ g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,4-6,6\mu) = 8 \cdot 0,750 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}$																	
$\begin{cases} g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \\ g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \end{cases}$	$\begin{cases} g(1,6-6,4\mu) = 8 \cdot 1,020 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}$																	
$\begin{cases} g(1,8-6,3\mu) = 8 \cdot 1,315 \\ g(2-6\mu) = 8 \cdot 1,557 \end{cases}$																		
<p>În acest caz se găsesc rădăcinile: <math>\mu = 0,119</math> și <math>g = 9,73 \frac{m}{s^2}</math></p>	<p>1p</p>																	
<p><b>Oficiu</b></p>		<p>1p</p>																
<p><b>Total</b></p>		<p>10p</p>																

Barem propus de:

prof. Constantin GAVRILĂ, Colegiul Național "Sfântul Sava" București  
prof. Florin BUTUȘINĂ, Colegiul Național "Simion Bărnuțiu" Șimleu Silvaniei  
prof. dr. Daniel LAZĂR, Colegiul Național "Iancu de Hunedoara" Hunedoara  
prof. dr. Leonaș DUMITRAȘCU, Liceul Teoretic "Mihail Kogălniceanu" Vaslui

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.