

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2023-2024**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	b)	5p
2.	b)	5p
3.	b)	5p
4.	d)	5p
5.	d)	5p
6.	a)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	c)	5p
2.	a)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	b)	5p
6.	a)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) Dacă ar fi 6 bănci în clasă, atunci numărul de elevi ar fi $3 \cdot 6 + 3 = 21$ Cum $4 \cdot (6 - 2) + 1 = 17 \neq 21 \Rightarrow$ nu este posibil ca în clasă să fie 6 bănci	1p 1p
----	---	----------

	<p><b>b)</b> <math>e = 3 \cdot b + 3</math>, iar <math>e = 4 \cdot (b - 2) + 1</math> unde <math>b</math> este numărul de bănci din clasă, iar <math>e</math> este numărul elevilor din clasă  <math>3b + 3 = 4b - 7 \Rightarrow b = 10</math>  <math>e = 33</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>a = \frac{8}{3} - 6 + \frac{16}{3} =</math>  <math>a = 8 - 6 = 2</math></p> <p><b>b)</b> <math>b = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}</math>  <math>a \cdot b = 2\sqrt{2}</math>                  Cum <math>2 &lt; 2\sqrt{2} &lt; 3 \Rightarrow \frac{1}{3} &lt; \frac{1}{2\sqrt{2}} &lt; \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{a \cdot b} \in \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
<b>3.</b>	<p><b>a)</b> <math>E(1) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{12}{4} =</math>  <math>= \frac{4}{6} \cdot 3 = 2.</math></p> <p><b>b)</b> <math>E(x) = \left(\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}\right) \cdot \frac{(x+2)(x+3)}{4} =</math>  <math>= \frac{2}{x(x+2)} \cdot \frac{(x+2)(x+3)}{4} = \frac{x+3}{2x}</math> pentru orice <math>x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0\}</math>  <math>E(n) \in \mathbb{Z} \Rightarrow n \in \{-3, -1, 1, 3\}</math> și cum <math>n \in \mathbb{Z} \setminus \{-2, -1, 0\} \Rightarrow n \in \{-3, 1, 3\}</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
<b>4.</b>	<p><b>a)</b> Fie <math>CF \perp AB, F \in AB \Rightarrow DCFA</math> dreptunghi, deci <math>FB = 4 \text{ cm} \Rightarrow AD = CF = 3 \text{ cm}</math>  <math>\mathcal{P}_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 16 \text{ cm}</math></p> <p><b>b)</b> <math>CF \perp AB, EC \perp DC, AB \parallel DC \Rightarrow E, C, F</math> coliniare  <math>AD \parallel EF \Rightarrow \text{tg}(AD, BE) = \text{tg}(EF, BE) = \text{tg} FEB</math>  <math>\text{tg} FEB = \frac{4}{5}</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
<b>5.</b>	<p><b>a)</b> <math>A_{ABCD} = AB^2 =</math>  <math>= 30^2 = 900 \text{ cm}^2</math></p> <p><b>b)</b> <math>\triangle DNM \sim \triangle BNA \Rightarrow \frac{DN}{NB} = \frac{DM}{AB} = \frac{AN}{NM} \Rightarrow NB = 2DN</math>                  Cum <math>DB = 30\sqrt{2} \text{ cm} \Rightarrow DN = 10\sqrt{2} \text{ cm}, NB = 20\sqrt{2} \text{ cm} \Rightarrow PN = 4\sqrt{5} \text{ cm}</math>                  Fie <math>DE \perp AM, E \in AM \Rightarrow DE = \frac{DM \cdot AD}{AM} = 6\sqrt{5} \text{ cm} \Rightarrow NE = 2\sqrt{5} \text{ cm}</math>                  Cum <math>\frac{PN}{NE} = 2 = \frac{NB}{DN}, \sphericalangle DNE \equiv \sphericalangle PNB \Rightarrow \triangle NED \sim \triangle NPB \Rightarrow \sphericalangle NPB = 90^\circ \Rightarrow BP \perp AM</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
<b>6.</b>	<p><b>a)</b> <math>MD \perp (ABCD) \Rightarrow MD \perp DB</math>  <math>\triangle MDB</math> dreptunghic în <math>D \Rightarrow MB^2 = MD^2 + DB^2 = 88 \Rightarrow MB = 2\sqrt{22} \text{ cm}</math></p> <p><b>b)</b> Fie <math>MN \cap DC = \{P\} \Rightarrow (MNB) \cap (ABCD) = BP</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>

	<p>Cum <math>NC \parallel MD, NC = \frac{MD}{2} \Rightarrow NC</math> este linie mijlocie în triunghiul <math>MPD \Rightarrow CP = 6\text{ cm}</math></p> <p><math>BC = CP \Rightarrow \triangle BCP</math> dreptunghic isoscel, deci <math>\angle DBP = \angle DBC + \angle CBP = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ</math></p> <p><math>MD \perp (ABCD), DB \perp BP, DB, BP \subset (ABCD) \xrightarrow{T3\perp} MB \perp BP \Rightarrow d(M, BP) = MB = 2\sqrt{22}\text{ cm}</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
--	---	-----------------------------------