



MINISTERUL EDUCAȚIEI
Olimpiada Națională de Fizică
Brașov 21-26 aprilie 2024
Proba practică
Clasa a XII-a



Pagina 1 din 4

Subiectul I

Robert Andrews Millikan (10 puncte)

În articolul publicat în anul 1911 în revista „The Physical Review”, Robert Millikan prezenta metoda și rezultatele experimentale legate de măsurarea valorii sarcinii electrice elementare. Un nor de picături fine de ulei (cu densitatea $\rho_{\text{ulei}} = 919,9 \text{ kg/m}^3$) a fost pulverizat în aerul (cu masa molară $\mu_{\text{aer}} = 28,959 \text{ g/mol}$ și temperatura $t = 22,82 \text{ }^\circ\text{C}$) care ocupa spațiul dintre plăcile orizontale ale unui condensator plan (aflate la $d = 16 \text{ mm}$ una față de alta). Picăturile au fost iluminate astfel încât să apară strălucitoare în câmpul vizual al lunetei laterale de observare. Alegând una dintre picături și urmărind mișcarea acesteia, s-a observat că ea cobora lent și uniform sub acțiunea greutății aparente și a unei forțe de rezistență la înaintare în aer (cu $\eta_{\text{aer}} = 1,824 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$). Înainte de a ajunge la armătura inferioară, o tensiune electrică ($U = 5251 \text{ V}$) aplicată condensatorului schimba sensul de mișcare uniformă a picăturii. Apoi, înainte de a ajunge la armătura superioară, tensiunea electrică era anulată și picătura cobora din nou, mișcarea repetându-se pe o durată nedefinită. Pe parcursul urmăririi sale, picătura putea capta unul dintre ionii existenți în mod normal în aer sau produși folosind un fascicul de raze X, modificându-și în consecință sarcina electrică. Faptul că un ion a fost captat și momentul exact în care a avut loc evenimentul au fost semnalate observatorului prin modificarea vitezei picăturii sub influența câmpului electric. Pentru fiecare etapă a mișcării picăturii într-un sens sau altul, a fost măsurat intervalul de timp în care aceasta a parcurs cu viteză constantă (eliminându-se deci intervalele în interiorul cărora se modifica viteza picăturii) distanța ($\ell = 1,01 \text{ cm}$) dintre două fire reticulare orizontale, situate în câmpul vizual al lunetei. Pentru una dintre reprizele de înregistrări ale mișcării picăturii, valorile măsurate ale acestor intervale de timp sunt cuprinse în tabelul 1.

(Se cunosc: presiunea atmosferică normală $p_0 = 101325 \text{ Pa}$, constanta universală a gazului ideal $R = 8314,5 \text{ J/kmolK}$, forța de rezistență la înaintarea unei picături sferice într-un mediu vâcos este exprimată prin formula $F_{\text{Stokes}} = 6\pi r\eta v$, unde: r – raza picăturii, v - viteza de înaintare, η - coeficientul de vâscozitate dinamică a mediului.)

Tabelul I

t_c (s) (coborâre)	11,848	11,890	11,908	11,904	11,882	11,906	11,838	11,816	11,776	11,840	11,904	11,870	11,952	11,846	11,912	11,910	11,918	11,870	11,888	11,894	11,878
t_u (s) (urcare)	80,708	22,366	22,390	22,368	140,565	79,600	34,748	34,762	34,846	29,286	29,236	137,308	34,638	22,104	22,268	500,100	19,704	19,668	77,630	77,806	42,302

Cerințe:

- (3,00 p)** Deduceți expresia razei picăturii vizate în funcție de valorile mărimilor indicate și calculați valoarea ei;
- (5,00 p)** Calculați valoarea sarcinii electrice elementare și indicați abaterea standard a mediei aritmetice a determinărilor ($\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$), unde N este numărul determinărilor;
- (2,00 p)** Reprezentați grafic valoarea sarcinii electrice Q a picăturii vizate (exprimată în sarcini electrice elementare) în funcție de numărul de ordine al trecerii în urcare prin zona dintre firele reticulare.

- Durata probei este de 3 ore.
- Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar neprogramabile.
- Punctajul acordat: 20 puncte pentru rezolvarea cerințelor, fără puncte din oficiu.

Pagina 1 din 4

Subiectul II

Clinton Joseph Davisson & Lester Halbert Germer (10 puncte)

Experimentele legate de difracția electronilor, prezentate în anul 1927 de Davisson & Germer în revista „*The Physical Review*”, au contribuit la confirmarea teoriei lui Louis de Broglie. În aranjamentul experimental realizat, indicat în

diagrama schematică din figura 1, un fascicul de electroni accelerați într-un tun electronic a fost dirijat sub diferite valori ale unghiului de incidență pe suprafața unui monocristal de nichel care putea fi rotit în jurul unei axe verticale. Intensitatea fascicului de electroni împrăștiați a fost măsurată (cu ajutorul unui colector legat la un galvanometru și plasat în același plan vertical de incidență) pentru diferite valori ale unghiului de împrăștiere și ale tensiunii de accelerare. Rețeaua cubică cu fețe centrate a cristalului de Ni (care conține câte un atom în fiecare dintre vârfurile unui cub elementar de latură $a = 3,52 \text{ \AA}$ și câte un atom în centrul fiecărei fețe a acestuia) a fost tăiată perpendicular pe una dintre diagonalele cubului (figura 2-a) pentru a expune o suprafață triunghiulară. Distribuția periodică în spațiu a atomilor în cristalul de Ni determină atât un sistem de rețele

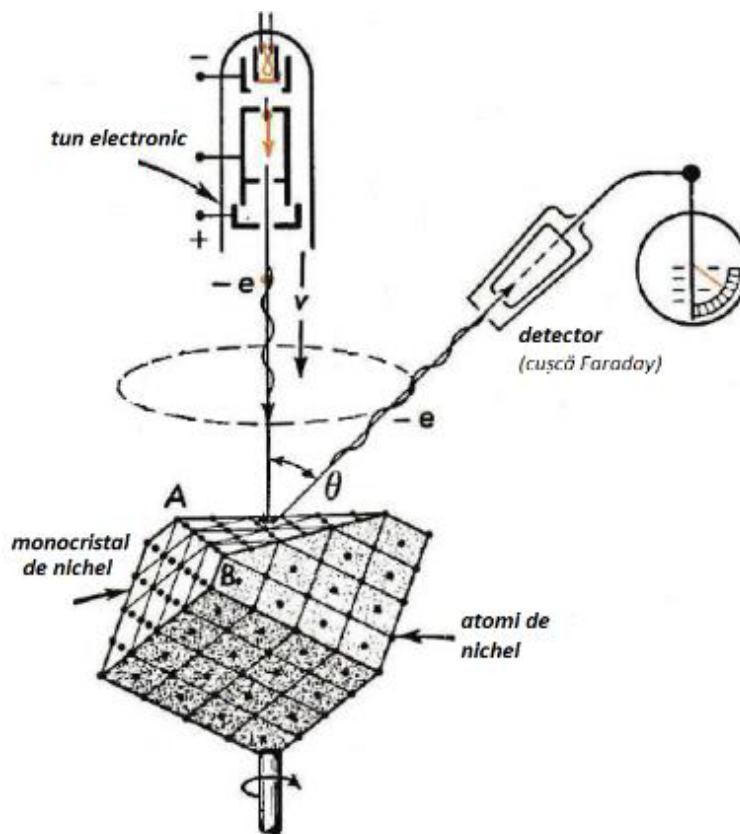


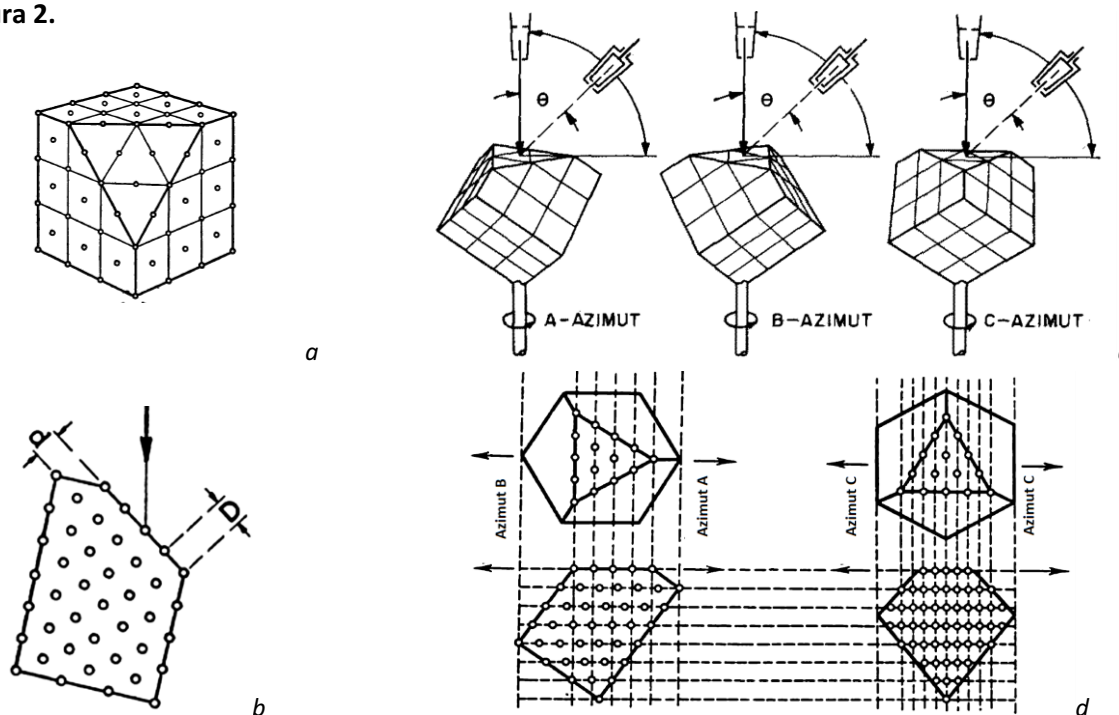
Figura 1.

liniare de constantă D , dispuse în plan, cât și un sistem de plane paralele, la distanța d între rețelele plane adiacente (figura 2-b). În aceste condiții, fenomenele observate pot fi interpretate atât ca rezultat al unei difracții (2D) pe un sistem de rețele liniare din planul cristalului cât și al unei difracții (3D), o împrăștiere pe straturile atomice paralele succesive.

A. Difracție 2D: Într-o primă etapă, fasciculul de electroni a fost dirijat perpendicular, în centrul feței cristalului și a fost măsurată intensitatea fascicului de electroni difracțați sub diferite valori (relativ mari față de normala la suprafața cristalului) ale unghiului θ și diferite valori ale tensiunii de accelerare. Cristalul a fost plasat pe rând în trei poziții fixe (azimuturi principale) indicate în figura 2-c. În prima poziție (azimutul A), planul de incidență (plan determinat de direcția fascicului incident cu direcția de înregistrare a fascicului difractat) trece prin unul dintre vârfurile suprafeței triunghiulare a cristalului, într-o altă poziție (azimutul B), planul de incidență împarte latura triunghiului în două părți egale, iar în a treia (azimutul C) planul de incidență este paralel cu una din laturile triunghiului. Distribuția atomilor pe suprafața cristalului de nichel este indicată în figura 2-d.

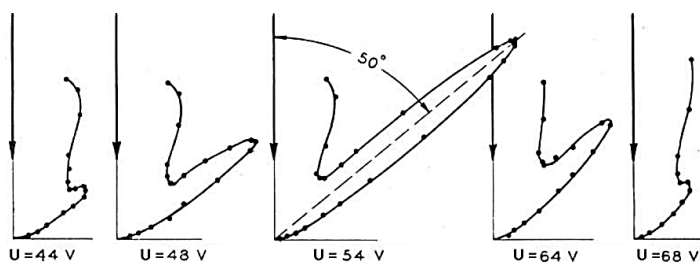
1. Durata probei este de 3 ore.
2. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar neprogramabile.
3. Punctajul acordat: 20 puncte pentru rezolvarea cerințelor, fără puncte din oficiu.

Figura 2.



Valorile din diagrama polară (trasată pentru azimutul A) a intensității fascicului de electroni difracțai pentru diferite valori ale tensiunii de accelerare și pentru diferite valori ale unghiului θ dintre fasciculul incident și direcția de înregistrare (figura 3) sunt sintetizate în tabelul II, prin indicarea valorilor tensiunii de accelerare la care au apărut maximele de difracție de ordinul I pentru diferite valori ale unghiului θ și pentru cele trei azimuturi.

Figura 3.



Tabelul II

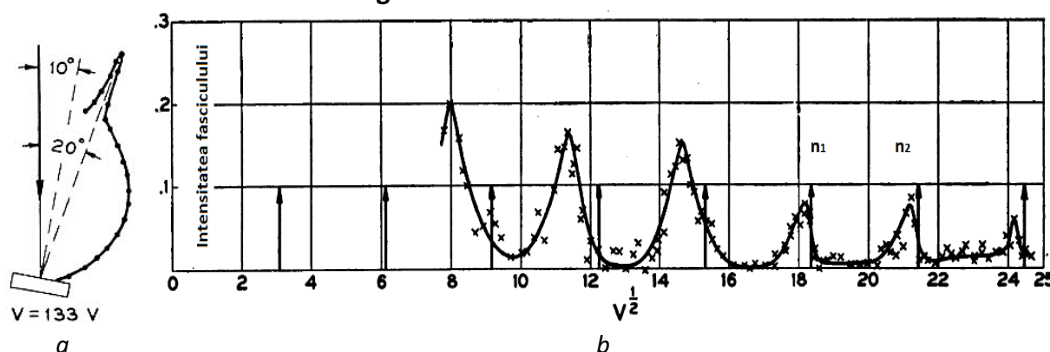
θ	U Azimut A	U Azimut B	U Azimut C
85	32,0	32,5	97,5
80	33,0	34,0	100,0
75	35,0	35,0	103,5
70	36,0	36,5	108,0
65	38,5	35,0	112,5

B. Difracție 3D: În a doua etapă, unghiul de incidență (θ_1) dintre fasciculul incident și normala la suprafața cristalului putea lua diferite valori (relativ mici față de normala la suprafața cristalului). În această etapă, poziționarea cristalului într-unul dintre azimuturile principale nu mai prezintă importanță în contextul regularităților urmărite.

Menținând constant unghiul de incidență la valoarea $\theta_1 = \theta/2 = 10^\circ$, s-a modificat valoarea tensiunii de accelerare (și implicit lungimea de undă). Reflexiile de intensitate maximă (diagrama polară din figura 4-a) apar în situațiile în care este respectată condiția lui Bragg-Wulff. Graficul dependenței intensității fascicului de electroni reflectați în funcție de tensiunea de accelerare (figura 4-b) este sintetizat în tabelul III, prin indicarea valorilor experimentale ale tensiunii de accelerare la care apar maximele de reflexie.

1. Durata probei este de 3 ore.
2. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar neprogramabile.
3. Punctajul acordat: 20 puncte pentru rezolvarea cerințelor, fără puncte din oficiu.

Figura 4



Tabelul III

$U^{1/2}_{\text{experim}}$
[5,3]
8,0
11,4
14,7
18,1
21,2
24,2

Se poate observa că poziționarea acestor maxime diferă de cea rezultată din condiția lui Bragg, indicată în grafic prin săgeți verticale (figura 4-b). O punere de acord a descrierii poziționării maximelor de reflexie a fost obținută prin luarea în considerare a unui indice de refracție al cristalului pentru fasciculul de electroni reflectați și generalizarea, în concordanță, a relației lui Bragg-Wulff.

Cerințe:

II.A. Difracție 2D:

- (1,00 p)** Calculați geometric valoarea constantei rețelei liniare de difracție D pentru fiecare dintre azimuturile A, B și C în funcție de latura celui mai mic cub format de atomii de Ni, $a = 3,52 \text{ \AA}$;
- (1,50 p)** Pe baza datelor experimentale și a valorilor calculate la punctul anterior, calculați valoarea constantei lui Planck și prezentați rezultatul indicând precizia determinării;
- (1,50 p)** Calculați, utilizând datele experimentale (tabelul II), *valoarea experimentală* a constantelor rețelelor liniare de difracție D_{exp} pentru fiecare dintre azimuturile A, B și C și indicați precizia determinărilor;

II.B. Difracție 3D:

- (1,00 p)** Calculați ordinele n_1 și n_2 ale maximelor de reflexie indicate în figura 4-b, în condițiile relației lui Bragg;
- (0,50 p)** Calculați geometric valoarea distanței interplanare minime d din cristalul de Ni pentru aranjamentul experimental utilizat;
- (1,50 p)** Calculați, utilizând datele experimentale (tabelul III), valoarea distanței interplanare d_{exp} și indicați precizia determinării;
- (1,00 p)** Completați datele din tabelul III cu o coloană de valori pentru puterea $\frac{1}{2}$ a tensiunii de accelerare, $(U)^{1/2}$ la care ar trebui să se obțină maximele de reflexie pentru un unghi de incidență $\theta_1 = 10^\circ$ și o distanță interplanară $d = 2,03 \text{ \AA}$ în condițiile legii lui Bragg;
- (1,00 p)** Găsiți o generalizare a formulei Bragg-Wulff în condițiile în care se ia în considerare un indice de refracție μ supraunitar în interiorul metalului;
- (1,00 p)** Completați datele din tabelul III cu o coloană de valori ale indicelui de refracție al cristalului pentru valorile tensiunilor de accelerare măsurate.

Probleme propuse de:

Prof. Mircea Noru PARPALEA – Colegiul Național „Andrei Șaguna” Brașov
Prof. Mircea Paul TĂNĂȘESCU – Colegiul Național „Andrei Șaguna” Brașov

- Durata probei este de 3 ore.
- Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar neprogramabile.
- Punctajul acordat: 20 puncte pentru rezolvarea cerințelor, fără puncte din oficiu.



MINISTERUL EDUCAȚIEI
Olimpiada Națională de Fizică
Brașov 21-26 aprilie 2024
Proba practică
Clasa a XII-a



Pagina 1 din 6

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Subiectul I

(10 puncte)

S-a notat valoarea medie a mărimii fizice A prin $\langle A \rangle$

S-a notat partea întreagă a numărului zecimal N prin [N]

S-a notat cel mai apropiat număr întreg de numărul zecimal N prin #N#

	Parțial	Punctaj	
Barem Subiectul I		10 p	
1) $G - F_{Arhimede} = F_{Stokes}$ $4\pi r^3(\rho_{ulei} - \rho_{aer})g/3 = 6\pi r\eta_{aer} v_{cobor\are}$ $\rho_{aer} = p_0 \mu_{aer} / R(T_0 + t) = 1,19 \text{ kg/m}^3$ $v_{cobor\are} = \ell / tc$ $\langle tc \rangle = \sum_{i=1}^N tc_i / N = 11,882 \text{ s}$ $r = 3 \sqrt{\frac{\eta_{aer} \ell}{2(\rho_{ulei} - \rho_{aer})g \langle tc \rangle}}$ $r = 2,78 \mu m$ (Se va acorda punctaj maxim pentru rezultate cuprinse între $2,5 \mu m$ și $3,06 \mu m$)	0,25 p 0,25 p 0,50 p 0,50 p 0,50 p 0,50 p 0,50 p	3 p	
2) $F_e = G - F_{Arhimede} + F'_{Stokes}$ $QE = 6\pi r\eta_{aer} v_{cobor\are} + 6\pi r\eta_{aer} v_{urcare}$ $Q = (1/tc + 1/tu) 6\pi r\eta_{aer} \ell d / U$ $k = 6\pi r\eta_{aer} \ell d / U = 2,94 \cdot 10^{-17} \text{ C}\cdot\text{s}$ $Q = k(1/tc + 1/tu);$ $\Delta Q = nq$ $nq = k(1/tu - 1/tu') = k\Delta(1/tu);$ $cmmdc(1/tu_i - 1/tu_{i+1}) = (0,00543 + 0,00545) / 2 = 0,00544 \text{ s}^{-1}$	0,25 p 0,25 p 0,50 p 0,25 p 0,50 p 0,25 p 0,50 p	5 p	
$n = \#\Delta(1/tu) / cmmdc(\Delta(1/tu))\#$ (cel mai apropiat întreg) $q_i = k(1/tu_i - 1/tu_{i+1}) / n_i; \quad \forall 1 \leq i \leq N; N+1 \rightarrow 1$ $\langle q \rangle = \sum_{i=1}^N q_i / N = 1,59 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ $\sigma(\langle q \rangle) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (q_i - \langle q \rangle)^2}{N(N-1)}} = 0,07 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ $q_0 = (1,59 \pm 0,07) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (Se va acorda punctaj maxim pentru rezultate cuprinse între $1,43 \div 1,75 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)	0,25 p 0,25 p 0,50 p 0,50 p 0,50 p		

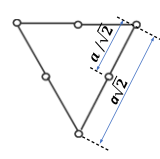
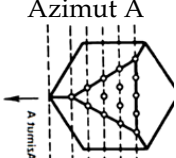
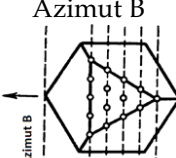
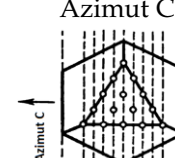
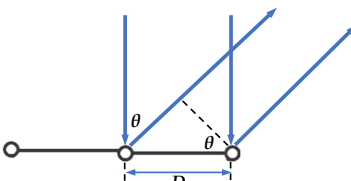
Pagina 1 din 6

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Subiectul II

(10 puncte)

	Parțial	Punctaj																																																																																					
Barem Subiectul II		10 p																																																																																					
<p>1)</p> <p>$a = 3,52 \text{ \AA}$</p>  <p style="text-align: center;"> $D_A = a\sqrt{3/8} = 2,155 \text{ \AA}$ $D_B = a\sqrt{3/8} = 2,155 \text{ \AA}$ $D_C = a/2\sqrt{2} = 1,245 \text{ \AA}$ </p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Azimut A</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>Azimut B</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>Azimut C</p>  </div> </div>	<p>0,25 p</p> <p>0,25 p</p> <p>0,50 p</p>	1,00 p																																																																																					
<p>2)</p>  <p style="text-align: center;"> $D \sin \theta = n \lambda$ $\lambda = h/p = h/(2m_e eU)^{1/2}$ $n=1$ $h = D (2m_e eU)^{1/2} \sin \theta$ </p> <p>Dacă se elimină valoarea $h=6,23 \text{ Js}$ ca fiind mult diferită de celelalte, $\langle h \rangle = 6,59 \cdot 10^{-34} \text{ (Js)}$ Altfel $\langle h \rangle = 6,57 \cdot 10^{-34} \text{ (Js)}$ (se vor acorda doar 0,40 p)</p> <p style="text-align: center;"> $\sigma_{\langle h \rangle} = \left(\frac{1}{15 \cdot 14} \sum_{i=1}^{15} (h_i - \langle h \rangle)^2 \right)^{1/2} = 0,02 \cdot 10^{-34} \text{ (Js)}$ sau $h = (6,59 \pm 0,02) \cdot 10^{-34} \text{ (Js)}$ </p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="6">A</th> <th colspan="6">B</th> </tr> <tr> <th>θ</th> <th>D (10^{-10} m)</th> <th>U (V)</th> <th>h (10^{-34} Js)</th> <th>$h - \langle h \rangle$ (10^{-34} Js)</th> <th>$h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js)²</th> <th>θ</th> <th>D (10^{-10} m)</th> <th>U (V)</th> <th>h (10^{-34} Js)</th> <th>$h - \langle h \rangle$ (10^{-34} Js)</th> <th>$h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js)²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>85</td> <td>2,155</td> <td>32</td> <td>6,55</td> <td>0,02</td> <td>0,0003</td> <td>85</td> <td>2,155</td> <td>32,5</td> <td>6,60</td> <td>0,03</td> <td>0,0012</td> </tr> <tr> <td>80</td> <td>2,155</td> <td>33</td> <td>6,58</td> <td>0,01</td> <td>0,0001</td> <td>80</td> <td>2,155</td> <td>34</td> <td>6,68</td> <td>0,11</td> <td>0,0117</td> </tr> <tr> <td>75</td> <td>2,155</td> <td>35</td> <td>6,64</td> <td>0,08</td> <td>0,0057</td> <td>75</td> <td>2,155</td> <td>35</td> <td>6,64</td> <td>0,08</td> <td>0,0057</td> </tr> <tr> <td>70</td> <td>2,155</td> <td>36</td> <td>6,56</td> <td>0,01</td> <td>0,0002</td> <td>70</td> <td>2,155</td> <td>36,5</td> <td>6,60</td> <td>0,03</td> <td>0,0010</td> </tr> <tr> <td>65</td> <td>2,155</td> <td>38,5</td> <td>6,54</td> <td>0,03</td> <td>0,0010</td> <td>65</td> <td>2,155</td> <td>35</td> <td>6,23</td> <td>0,34</td> <td>0,1125</td> </tr> </tbody> </table>	A						B						θ	D (10^{-10} m)	U (V)	h (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle $ (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js) ²	θ	D (10^{-10} m)	U (V)	h (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle $ (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js) ²	85	2,155	32	6,55	0,02	0,0003	85	2,155	32,5	6,60	0,03	0,0012	80	2,155	33	6,58	0,01	0,0001	80	2,155	34	6,68	0,11	0,0117	75	2,155	35	6,64	0,08	0,0057	75	2,155	35	6,64	0,08	0,0057	70	2,155	36	6,56	0,01	0,0002	70	2,155	36,5	6,60	0,03	0,0010	65	2,155	38,5	6,54	0,03	0,0010	65	2,155	35	6,23	0,34	0,1125	<p>0,15 p</p> <p>0,15 p</p> <p>0,20 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,50 p</p>	1,50 p	
A						B																																																																																	
θ	D (10^{-10} m)	U (V)	h (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle $ (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js) ²	θ	D (10^{-10} m)	U (V)	h (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle $ (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js) ²																																																																												
85	2,155	32	6,55	0,02	0,0003	85	2,155	32,5	6,60	0,03	0,0012																																																																												
80	2,155	33	6,58	0,01	0,0001	80	2,155	34	6,68	0,11	0,0117																																																																												
75	2,155	35	6,64	0,08	0,0057	75	2,155	35	6,64	0,08	0,0057																																																																												
70	2,155	36	6,56	0,01	0,0002	70	2,155	36,5	6,60	0,03	0,0010																																																																												
65	2,155	38,5	6,54	0,03	0,0010	65	2,155	35	6,23	0,34	0,1125																																																																												

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



MINISTERUL EDUCAȚIEI
Olimpiada Națională de Fizică
Brașov 21-26 aprilie 2024
Proba practică
Clasa a XII-a



Pagina 4 din 6

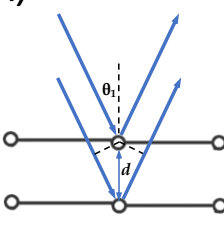
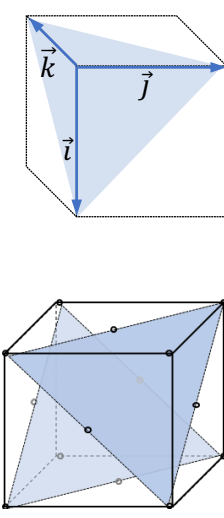
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

C																																																																																
θ	D ($10^{-10} m$)	U (V)	h ($10^{-34} Js$)	$ h-\langle h \rangle $ ($10^{-34} Js$)	$ h-\langle h \rangle ^2$ ($10^{-34} Js$) ²																																																																											
85	1,245	97,5	6,61	0,04	0,0015																																																																											
80	1,245	100	6,62	0,05	0,0022																																																																											
75	1,245	104	6,60	0,03	0,0010																																																																											
70	1,245	108	6,56	0,01	0,0001																																																																											
65	1,245	113	6,46	0,11	0,0126																																																																											
3)																																																																																
$D = h / ((2m_e e U)^{1/2} \sin \theta)$						0,10 p																																																																										
$\langle D_A \rangle = 2,17 \cdot 10^{-10} (m)$						0,30 p																																																																										
<i>Dacă se elimină valoarea $D_B = 2,289 \text{ \AA}$ (ca fiind mult diferită de celelalte,</i>																																																																																
$\langle D_B \rangle = 2,15 \cdot 10^{-10} (m)$						0,30 p																																																																										
<i>Altfel $\langle D_B \rangle = 2,18 \cdot 10^{-10} (m)$ (se vor acorda doar 0,20 p)</i>																																																																																
$\langle D_C \rangle = 1,26 \cdot 10^{-10} (m)$						0,30 p																																																																										
<i>(Din cauza faptului că numărul de valori experimentale este mai mic decât 10, nu se calculează abaterea standard a valorii medii)</i>																																																																																
<i>Abaterea medie:</i>						0,20 p																																																																										
$\langle \Delta D \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 D_i - \langle D \rangle $						0,10 p																																																																										
$\langle \Delta D_A \rangle = 0,01 \cdot 10^{-10} (m)$						0,10 p																																																																										
<i>(cu corecția anterioară)</i> $\langle \Delta D_B \rangle = 0,01 \cdot 10^{-10} (m)$						0,10 p																																																																										
$\langle \Delta D_C \rangle = 0,01 \cdot 10^{-10} (m)$						0,10 p																																																																										
<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>ϑ</th> <th>U (V)</th> <th>D ($10^{-10} m$)</th> <th>$\langle D \rangle$ ($10^{-10} m$)</th> <th>$D - \langle D \rangle$ ($10^{-10} m$)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="5" style="vertical-align: middle; padding-right: 10px;">A</td> <td>85</td> <td>32</td> <td>2,177</td> <td rowspan="5" style="vertical-align: middle;">2,170</td> <td>0,007</td> </tr> <tr> <td>80</td> <td>33</td> <td>2,169</td> <td>0,002</td> </tr> <tr> <td>75</td> <td>35</td> <td>2,147</td> <td>0,023</td> </tr> <tr> <td>70</td> <td>36</td> <td>2,176</td> <td>0,006</td> </tr> <tr> <td>65</td> <td>38,5</td> <td>2,182</td> <td>0,012</td> </tr> <tr> <td rowspan="5" style="vertical-align: middle; padding-right: 10px;">B</td> <td>85</td> <td>32,5</td> <td>2,160</td> <td rowspan="5" style="vertical-align: middle;">2,151</td> <td>0,009</td> </tr> <tr> <td>80</td> <td>34</td> <td>2,137</td> <td>0,015</td> </tr> <tr> <td>75</td> <td>35</td> <td>2,147</td> <td>0,004</td> </tr> <tr> <td>70</td> <td>36,5</td> <td>2,161</td> <td>0,010</td> </tr> <tr> <td>65</td> <td>35</td> <td>2,289</td> <td></td> </tr> <tr> <td rowspan="5" style="vertical-align: middle; padding-right: 10px;">C</td> <td>85</td> <td>97,5</td> <td>1,247</td> <td rowspan="5" style="vertical-align: middle;">1,255</td> <td>0,008</td> </tr> <tr> <td>80</td> <td>100</td> <td>1,246</td> <td>0,009</td> </tr> <tr> <td>75</td> <td>103,5</td> <td>1,249</td> <td>0,006</td> </tr> <tr> <td>70</td> <td>108</td> <td>1,257</td> <td>0,002</td> </tr> <tr> <td>65</td> <td>112,5</td> <td>1,277</td> <td>0,022</td> </tr> </tbody> </table>							ϑ	U (V)	D ($10^{-10} m$)	$\langle D \rangle$ ($10^{-10} m$)	$ D - \langle D \rangle $ ($10^{-10} m$)	A	85	32	2,177	2,170	0,007	80	33	2,169	0,002	75	35	2,147	0,023	70	36	2,176	0,006	65	38,5	2,182	0,012	B	85	32,5	2,160	2,151	0,009	80	34	2,137	0,015	75	35	2,147	0,004	70	36,5	2,161	0,010	65	35	2,289		C	85	97,5	1,247	1,255	0,008	80	100	1,246	0,009	75	103,5	1,249	0,006	70	108	1,257	0,002	65	112,5	1,277	0,022	1,50 p		
	ϑ	U (V)	D ($10^{-10} m$)	$\langle D \rangle$ ($10^{-10} m$)	$ D - \langle D \rangle $ ($10^{-10} m$)																																																																											
A	85	32	2,177	2,170	0,007																																																																											
	80	33	2,169		0,002																																																																											
	75	35	2,147		0,023																																																																											
	70	36	2,176		0,006																																																																											
	65	38,5	2,182		0,012																																																																											
B	85	32,5	2,160	2,151	0,009																																																																											
	80	34	2,137		0,015																																																																											
	75	35	2,147		0,004																																																																											
	70	36,5	2,161		0,010																																																																											
	65	35	2,289																																																																													
C	85	97,5	1,247	1,255	0,008																																																																											
	80	100	1,246		0,009																																																																											
	75	103,5	1,249		0,006																																																																											
	70	108	1,257		0,002																																																																											
	65	112,5	1,277		0,022																																																																											

Pagina 4 din 6

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

<p>4)</p> 	$2d \cos \theta_1 = n_1 \lambda_1 \text{ sau } 2d \cos \theta_1 = n_1 h / (2m_e e U)^{1/2}$ $2d \cos \theta_1 = n_2 \lambda_2 \text{ sau } 2d \cos \theta_1 = n_2 h / (2m_e e U)^{1/2}$ $n_2 = n_1 + 1$ $n_1 = \# 1 / [(U_2 / U_1)^{1/2} - 1] \#; n_1 = \# 5,84 \#; n_1 = 6$ $n_2 = n_1 + 1 = \# 6,84 \#; n_2 = 7$	<p>0,15 p</p> <p>0,15 p</p> <p>0,20 p</p> <p>0,25 p</p> <p>0,25 p</p>	<p>1,00 p</p>																									
<p>5)</p> 	<p>Orientând versorii \vec{i}, \vec{j} și \vec{k} în lungul muchiilor cubului, normala la suprafața cristalului este:</p> $\vec{n} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} / \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} $ $\vec{n} = (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) / \sqrt{3}$ <p>Distanța interplanară (proiecția unei muchii pe direcția normalei) este:</p> $d = a \vec{n} \vec{i} = a \vec{n} \vec{j} = a \vec{n} \vec{k} = a / \sqrt{3} = 2,03 \text{ \AA}$ <p>Alternativ, diagonala cubului este $a\sqrt{3}$ iar distanța dintre planele consecutive este de $1/3$ din lungimea diagonalei. (se acordă punctajul integral de 0,50p)</p> $d = a / \sqrt{3} = 2,03 \text{ \AA}$	<p>0,20 p</p> <p>0,30 p</p>	<p>0,50 p</p>																									
<p>6)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <thead> <tr> <th>$U^{1/2}$ (V)</th> <th>n</th> <th>d (10^{-10} m)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5,3</td><td>2</td><td>2,35</td></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>2,34</td></tr> <tr><td>11,4</td><td>4</td><td>2,19</td></tr> <tr><td>14,7</td><td>5</td><td>2,12</td></tr> <tr><td>18,1</td><td>6</td><td>2,06</td></tr> <tr><td>21,2</td><td>7</td><td>2,06</td></tr> <tr><td>24,2</td><td>8</td><td>2,06</td></tr> </tbody> </table>	$U^{1/2}$ (V)	n	d (10^{-10} m)	5,3	2	2,35	8	3	2,34	11,4	4	2,19	14,7	5	2,12	18,1	6	2,06	21,2	7	2,06	24,2	8	2,06	$2d \cos \theta_1 = n \lambda$ $d_{exp} = n h / ((2m_e e U)^{1/2} 2 \cos \theta_1)$ <p>Dacă se elimină primele două valori ca fiind mult diferite de celelalte, se obține:</p> $\langle d_{exp} \rangle = 2,10 \cdot 10^{-10} \text{ (m)}$ <p>Altfel $\langle d \rangle = 2,2 \cdot 10^{-10} \text{ (m)}$ (se vor acorda doar 0,50 p)</p> <p>(Din cauza faptului că numărul de valori experimentale este mai mic decât 10, nu se calculează abaterea standard a valorii medii)</p> <p>Abaterea medie: $\langle \Delta d \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 d_i - \langle d \rangle$</p> $\langle \Delta d \rangle = 0,08 \cdot 10^{-10} \text{ (m)}$ $d_{exp} = (2,10 \pm 0,08) \cdot 10^{-10} \text{ (m)}$	<p>0,10 p</p> <p>0,15 p</p> <p>0,75 p</p> <p>0,50 p</p>	<p>1,50 p</p>	
$U^{1/2}$ (V)	n	d (10^{-10} m)																										
5,3	2	2,35																										
8	3	2,34																										
11,4	4	2,19																										
14,7	5	2,12																										
18,1	6	2,06																										
21,2	7	2,06																										
24,2	8	2,06																										

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



MINISTERUL EDUCAȚIEI
Olimpiada Națională de Fizică
Brașov 21-26 aprilie 2024
Proba practică
Clasa a XII-a



Pagina 6 din 6

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

7)	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">n</th> <th style="text-align: center;">$U^{1/2}$ $(V)^{1/2}$</th> <th style="text-align: center;">$U^{1/2}/n$ $(V)^{1/2}$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">6,14</td><td style="text-align: center;">3,07</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">9,20</td><td style="text-align: center;">3,07</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">12,27</td><td style="text-align: center;">3,07</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">15,34</td><td style="text-align: center;">3,07</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">18,41</td><td style="text-align: center;">3,07</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">21,48</td><td style="text-align: center;">3,07</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">8</td><td style="text-align: center;">24,55</td><td style="text-align: center;">3,07</td></tr> </tbody> </table>	n	$U^{1/2}$ $(V)^{1/2}$	$U^{1/2}/n$ $(V)^{1/2}$	2	6,14	3,07	3	9,20	3,07	4	12,27	3,07	5	15,34	3,07	6	18,41	3,07	7	21,48	3,07	8	24,55	3,07	$2d \cos \theta_1 = n \cdot h / (2m_e e U)^{1/2};$ $(U_n)^{1/2} = n \cdot h / (2d \cos \theta_1 (2m_e e)^{1/2})$ <p style="text-align: center;"><i>pentru valorile din coloana a 2-a:</i></p> $(U'_n)^{1/2} = n \cdot 3,07 (V)^{1/2}$	0,10 p		
n	$U^{1/2}$ $(V)^{1/2}$	$U^{1/2}/n$ $(V)^{1/2}$																											
2	6,14	3,07																											
3	9,20	3,07																											
4	12,27	3,07																											
5	15,34	3,07																											
6	18,41	3,07																											
7	21,48	3,07																											
8	24,55	3,07																											
8)	<p>În conformitate cu notațiile din desen, diferența de drum optic între fasciculele reflectate este:</p> <p>Utilizând legea refracției: se obține prin calcul :</p> <p>Condiția obținerii unui maxim de interferență, $\delta_n = n\lambda$ devine:</p>	$\delta = 2(d \mu / \cos \theta' - d \operatorname{tg} \theta' \sin \theta)$ $\sin \theta = \mu \sin \theta'$ $\delta = 2d (\mu^2 - \sin^2 \theta)^{1/2}$ $2d(\mu^2 - \sin^2 \theta)^{1/2} = n\lambda_n$ <p style="text-align: center;"><i>pentru desen</i></p>	<p>0,25 p</p> <p>0,10 p</p> <p>0,30 p</p> <p>0,10 p</p> <p>0,25 p</p>	<p>1,00 p</p>																									
9)	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">n</th> <th style="text-align: center;">$U^{1/2}$ $(V)^{1/2}$</th> <th style="text-align: center;">μ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">5,3</td><td style="text-align: center;">1,153</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">8</td><td style="text-align: center;">1,146</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">11,4</td><td style="text-align: center;">1,074</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">14,7</td><td style="text-align: center;">1,042</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">18,1</td><td style="text-align: center;">1,017</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">21,2</td><td style="text-align: center;">1,013</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">8</td><td style="text-align: center;">24,2</td><td style="text-align: center;">1,014</td></tr> </tbody> </table>	n	$U^{1/2}$ $(V)^{1/2}$	μ	2	5,3	1,153	3	8	1,146	4	11,4	1,074	5	14,7	1,042	6	18,1	1,017	7	21,2	1,013	8	24,2	1,014	$2d(\mu^2 - \sin^2 \theta_1)^{1/2} = n\lambda$ $\lambda = h / (2m_e e U)^{1/2}$ $\mu = (n^2 h^2 / (8m_e e U d^2) + \sin^2 \theta_1)^{1/2}$ <p style="text-align: center;"><i>pentru datele din tabel:</i></p>	<p>0,10 p</p> <p>0,10 p</p> <p>0,30 p</p> <p>0,50 p</p>	<p>1,00 p</p>	
n	$U^{1/2}$ $(V)^{1/2}$	μ																											
2	5,3	1,153																											
3	8	1,146																											
4	11,4	1,074																											
5	14,7	1,042																											
6	18,1	1,017																											
7	21,2	1,013																											
8	24,2	1,014																											

Bareme propuse de:

Prof. Mircea Noru PARPALEA – Colegiul Național „Andrei Șaguna” Brașov
Prof. Mircea Paul TĂNĂȘESCU – Colegiul Național „Andrei Șaguna” Brașov

Pagina 6 din 6

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



MINISTERUL EDUCAȚIEI
Olimpiada Națională de Fizică
Brașov 21-26 aprilie 2024
Proba teoretică
Clasa a XII-a



pagina 1 din 3

Subiectul I: „Interferența luminii”

(10 puncte)

A. (7,0p) Două surse luminoase punctiforme S_1 și S_2 , coerente între ele, sunt situate în aer la distanța $a = 1,00 \cdot 10^{-4}$ m una față de cealaltă și emit lumină monocromatică cu aceeași lungime de undă $\lambda = 550$ nm. Undele electromagnetice care provin de la aceste surse sunt polarizate liniar după o aceeași direcție și sunt descrise de ecuațiile $E_1 = \frac{E_0}{r_1} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1\right)$ și $E_2 = \frac{E_0}{r_2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2\right)$, respectiv amplitudinea fiecărei unde scade odată cu creșterea distanței r_1 , respectiv r_2 , față de fiecare sursă. Rezultatul interferenței radiațiilor luminoase ce provin de la aceste surse este analizat pe semiaxa Ox , perpendiculară pe dreapta S_1S_2 care unește sursele și are originea în sursa S_1 .

- a) (2,0p)** Determinați expresia matematică $x = f(a, \lambda)$ a coordonatei maximelor luminoase de pe semiaxa Ox și explicați, pe baza relației obținute, dacă aceste maxime luminoase sunt sau nu sunt echidistante.
- b) (1,0p)** Determinați numărul de maxime luminoase care se formează pe semiaxa Ox .
- c) (1,0p)** Calculați coordonata celui mai apropiat maxim luminos față de origine și coordonata celui mai îndepărtat maxim luminos față de origine.
- d) (3,0p)** Calculați raportul dintre intensitatea luminoasă a celui mai apropiat maxim de pe semiaxa Ox față de originea O și intensitatea luminoasă a maximumului imediat următor.

B. (3,0p) Un dispozitiv interferențial Young are distanța dintre fante $a = 1,00 \cdot 10^{-4}$ m, iar sursa de lumină are forma unui segment liniar, cu lungimea $b = 2,00 \cdot 10^{-3}$ m, așezat paralel cu planul fantelor și perpendicular pe fante. Mijlocul segmentului luminos se află pe axa de simetrie a dispozitivului. Această sursă emite lumină monocromatică cu lungimea de undă $\lambda = 550$ nm. Rezultatul interferenței este analizat pe un ecran așezat paralel cu planul fantelor și la distanța D față de acesta. Dacă sursa de lumină este situată prea aproape de planul fantelor atunci figura de interferență de pe ecran devine neclară. Determinați distanța limită d dintre planul fantelor și sursa de lumină, pentru care figura de interferență devine neclară pe ecran.

Subiectul II: „Ciocniri interatomice”

(10 puncte)

Un fascicul unidirecțional de ioni monoenergetici de He^+ ciocnește atomii de H situați într-o incintă în echilibru termodinamic la temperatura $T = 1000$ K. Se cunosc valorile pentru energia de ionizare a atomului de H ($E_{ion} = 13,6$ eV), masa ionului de He^+ ($m_1 = 4$ u), masa atomului de H ($m_2 = 1$ u), viteza luminii în vid $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $1 \text{ u} \cdot c^2 = 931,5$ MeV, constanta lui Boltzmann $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, constanta lui Rydberg $R = 1,0973 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$.

- a) (3,0p)** Determinați valoarea energiei cinetice minime E_0 (în eV) a ionilor de He^+ , capabili să producă ionizarea atomilor de H (considerați în repaus) pe care îi ciocnesc, precum și vitezele particulelor înainte și după ciocnire, argumentând aproximația clasică nerelativistă utilizată în rezolvare;

1. Fiecare dintre subiectele I, II, respectiv III se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final este suma acestora.

- b) (2,0p)** Calculați viteza minimă de deplasare a ionilor de He^+ orientată pe direcția incintei cu atomi de H , astfel încât radiația emisă de ionul de He^+ prin tranziția între nivelurile cu numerele cuantice $n_1 = 4$ și $n_2 = 3$ să poată excita atomul de H (considerat în repaus);
- c) (3,0p)** Estimați ordinul de mărime al lărgimii liniei spectrale emise de atomii de H , corespunzătoare lungimii de undă maxime din seria Lyman produsă prin efect Doppler termic. Comparați cu lărgimea naturală a liniei spectrale respective, al cărei timp mediu de viață al stării excitate este $\tau = 10^{-8}$ s;
- d) (2,0p)** Se analizează linia spectrală emisă de fasciculul monoenergetic de ioni He^+ pe direcția mișcării, rezultat al tranziției dintr-o stare excitată în starea fundamentală. Dacă intensitatea liniei spectrale se micșorează de $n = 25$ de ori după parcurgerea unei distanțe $d = 4$ mm cu viteza $v = 720$ m/s, calculați timpul mediu de viață al stării excitate.

Subiectul III: „Dezintegrarea Pionului”

(10 puncte)

Corespunzător momentului când prin originea O a unui sistem inerțial fix, R , în care se află observatorul O , trece originea O' a unui sistem inerțial mobil, R' , aflat în mișcare rectilinie și uniformă, cu viteza \vec{u} , față de sistemul R , în care se află observatorul O' , așa cum indică desenul din figura 1, cei doi observatori, O și O' , și-au sincronizat ceasornicele proprii, astfel încât indicațiile acestora să fie $t = t' = 0$.

Să considerăm acum că, la momentul $t > 0$, indicat de ceasornicul observatorului O , din sistemul R , în punctul $A(0; -a; 0)$, aparținând sistemului inerțial fix, R , s-a produs un eveniment, E , constând în dezintegrarea unui particule PION, din care a rezultat un MIUON și un NEUTRIN, acesta din urmă, NEUTRINUL, fiind emis de-a lungul axei OY , în sensul pozitiv al acesteia, cu viteza $\vec{v}_y = \vec{v}$, pentru care $v_y = v = c$, raportată la sistemul inerțial fix, R , așa cum indică desenul din figura 1.

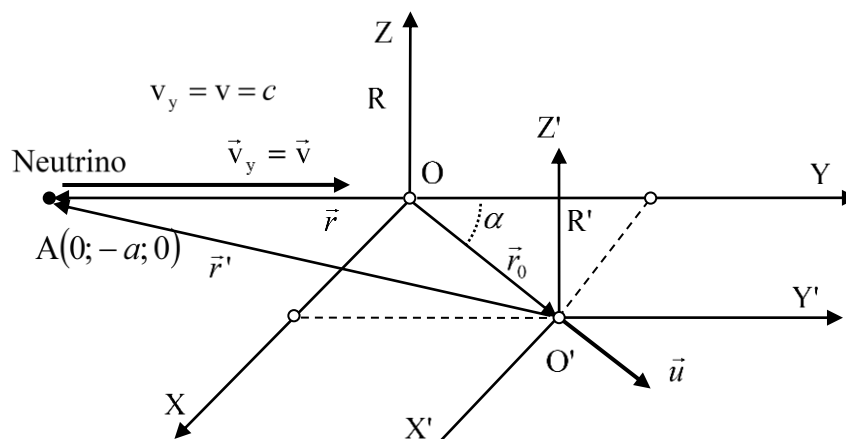


Fig. 1

Fiecare dintre cei doi observatori, O și respectiv O' , raportează același eveniment, E , la sistemul său de referință, R și respectiv R' , ca producându-se la momente diferite, t și respectiv t' , și pe care ei îl localizează, fiecare în sistemul său de referință, cu vectorii de poziție diferiți, \vec{r} și respectiv \vec{r}' .

1. Fiecare dintre subiectele I, II, respectiv III se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final este suma acestora.



MINISTERUL EDUCAȚIEI
Olimpiada Națională de Fizică
Brașov 21-26 aprilie 2024
Proba teoretică
Clasa a XII-a



pagina 3 din 3

a) (4,0p) Să se determine coordonatele $(x'; y'; z'; t')$ ale producerii evenimentului E, reprezentat de dezintegrarea PIONULUI, raportate la sistemul inerțial R' , știind că planul axelor $(O'X'; O'Y')$ este același cu planul axelor $(OX; OY)$ și că $O'X' // OX$, $O'Y' // OY$, $O'Z' // OZ$.

Se cunosc elementele constante ale vectorului \vec{u} , (modul, u , și orientare, α), aflat în planul XOY, reprezentând viteza sistemului inerțial mobil, R' , în raport cu sistemul inerțial fix, R.

Se cunoaște forma vectorială a transformărilor Lorentz, exprimate prin relațiile:

$$\vec{r}' = \vec{r} + \vec{u} \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{u^2} - \Gamma \cdot t \right]; \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \beta = \frac{u}{c};$$
$$t' = \Gamma \cdot \left(t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c^2} \right),$$

unde \vec{r} și respectiv \vec{r}' sunt vectorii de poziție ai punctului unde s-a produs un eveniment, E, în raport cu observatorul O din sistemul R și respectiv în raport cu observatorul O' din sistemul inerțial R'.

b) (3,0p) Să se determine componentele $(v'_x; v'_y; v'_z)$ ale vitezei NEUTRINULUI, \vec{v}' , în raport cu observatorul O' din sistemul inerțial R'.

c) (3,0p) Să se determine elementele vectorului \vec{v}' , modulul (v'), și orientarea (θ'), și să se interpreteze rezultatul referitor la modulul acestuia, v' , încadrându-l în principiile Teoriei Relativității Restrânse.

Subiecte propuse de:

prof. Florin Butușină – Colegiul Național „Simion Bărnuțiu”, Șimleu Silvaniei
prof. Cristian Miu – Inspectoratul Școlar Județean Olt, Slatina
prof. Mihail Sandu – Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești
coordonator: prof. Liviu Blanariu – CNPEE, București

1. Fiecare dintre subiectele I, II, respectiv III se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final este suma acestora.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Subiectul I: „Interferența luminii”	Punctaj parțial	Total
A.		
a)		
Condiția de obținere a maximelor luminoase pe semiaxa Ox , este ca diferența de drum optic să fie multiplu de lungimi de undă: $r_2 - r_1 = m\lambda$	0,5p	2p
Deoarece $r_2 > r_1$ rezultă că $m > 0$, adică valorile posibile pentru m sunt: $m = 1, 2, 3, \dots$	0,5p	
Drumurile r_1 și r_2 sunt date de relațiile: $r_2 = \sqrt{a^2 + x^2}$ $r_1 = x$	0,2p	
După calcule obținem coordonata maximelor luminoase: $x = \frac{a^2 - (m\lambda)^2}{2m\lambda} = x_m$	0,3p	
Distanța dintre două maxime succesive depinde de ordinul m : $ \Delta x = x_{m+1} - x_m = \left \frac{a^2 - [(m+1)\lambda]^2}{2(m+1)\lambda} - \frac{a^2 - (m\lambda)^2}{2m\lambda} \right = \frac{a^2 + m(m+1)\lambda^2}{2m(m+1)\lambda}$ ca urmare maximele luminoase de pe semiaxa Ox nu sunt echidistante.	0,5p	
b)		
Deoarece $x > 0$, pentru că maximele luminoase pot fi doar pe semiaxa Ox , rezultă că $(m\lambda)^2 < a^2$.	0,5p	1p
Știm că $m > 0$, deci: $m < \frac{a}{\lambda} = 181,81$ Deoarece m este un întreg, rezultă că $m = 181$, adică pe semiaxa Ox se formează $m = 181$ maxime luminoase.	0,5p	
c)		
Pentru $m = 1$ obținem $x_1 = \frac{a^2 - \lambda^2}{2\lambda} \cong 9,09\text{mm}$ (cel mai depărtat maxim luminos de pe semiaxa Ox).	0,5p	1p
Pentru $m = 181$ obținem $x_{181} = \frac{a^2 - (m\lambda)^2}{2m\lambda} \cong 0,45\mu\text{m}$ (cel mai apropiat maxim luminos de pe semiaxa Ox).	0,5p	
d)		
Intensitatea luminoasă dintr-un punct este direct proporțională cu pătratul amplitudinii vectorului câmp electric rezultant (vectorul luminos) din acel punct $I = k E ^2$, relație în care $k = \text{constantă pozitivă}$.	0,5p	3p
Vectorii \vec{E}_1 și \vec{E}_2 , fiind paraleli putem scrie: $E = E_1 + E_2 = E_0 \left[\frac{1}{r_1} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1 \right) + \frac{1}{r_2} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2 \right) \right]$ Utilizând reprezentarea fazorială obținem: $I = kE_0^2 \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) \right)$ Sau: Putem calcula amplitudinea/modulul vectorului câmp electric rezultant și folosind reprezentarea celor două unde plane electromagnetice în mulțimea numerelor complexe: $E_1 = \frac{E_0}{r_1} e^{i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1)}$ și $E_2 = \frac{E_0}{r_2} e^{i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2)}$	0,5p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

<p>Putem scrie: $E ^2 = E \cdot E^* = (E_1 + E_2) \cdot (E_1^* + E_2^*) = E_1 ^2 + E_2 ^2 + E_1 \cdot E_2^* + E_1^* \cdot E_2$</p> $E_1 \cdot E_2^* = \frac{E_0^2}{r_1 r_2} e^{i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1 - \omega t + \frac{2\pi}{\lambda} r_2)} = \frac{E_0^2}{r_1 r_2} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1)}$ $E_1^* \cdot E_2 = \frac{E_0^2}{r_1 r_2} e^{i(-\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} r_1 + \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2)} = \frac{E_0^2}{r_1 r_2} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1)}$ <p>iar:</p> $E_1 \cdot E_2^* + E_1^* \cdot E_2 = \frac{E_0^2}{r_1 r_2} \left[e^{i \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1)} + e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1)} \right] = \frac{E_0^2}{r_1 r_2} 2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1)$ <p>Astfel:</p> $I = k E_0^2 \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) \right)$		
<p>Pentru maxime luminoase $r_2 - r_1 = m\lambda$, deci $\cos \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) = \cos 2\pi m = 1$ și obținem:</p> $I = k E_0^2 \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \right) = k E_0^2 \left(\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2} \right)^2$	0,5p	
<p>Înlocuind r_1 și r_2 obținem $I = k E_0^2 \frac{(x + \sqrt{a^2 + x^2})^2}{x^2(a^2 + x^2)}$</p>	0,5p	
<p>Ținând cont de expresia $x_m = \frac{a^2 - (m\lambda)^2}{2m\lambda}$, după calcule se obține:</p> $I_m = (16k E_0^2 a^4 \lambda^2) \frac{m^2}{(a^4 - m^4 \lambda^4)^2}$	0,5p	
<p>Raportul dintre intensitatea luminoasă a celui mai apropiat maxim de pe semiaxa Ox față de originea O și intensitatea luminoasă a maximului imediat următor, respectiv pentru $m = 181$ și $(m - 1) = 180$:</p> $\frac{I_m}{I_{m-1}} = \frac{m^2}{(a^4 - m^4 \lambda^4)^2} \cdot \frac{(a^4 - (m-1)^4 \lambda^4)^2}{(m-1)^2}$ $\frac{I_{181}}{I_{180}} \cong 4,91$	0,5p	
B.		
<p>Segmentul luminos este echivalent cu o mulțime de surse luminoase punctiforme, deplasate mai mult sau mai puțin pe o direcție perpendiculară pe axa de simetrie a dispozitivului, fie deasupra axei fie sub aceasta, cu excepția sursei punctiforme din centrul segmentului, care este situată chiar pe axa de simetrie.</p>	0,5p	
<p>Să considerăm o sursă punctiformă situată pe axa de simetrie a dispozitivului și figura de interferență corespunzătoare de pe ecran. Deplasarea acestei surse punctiforme pe distanța y, pe o direcție perpendiculară pe axa de simetrie a dispozitivului, provoacă o deplasare $\frac{yD}{d}$ a figurii de interferență, fără a-i modifica structura și implicit interfranța. Cea mai mare deplasare a figurii de interferență este provocată de sursele de la capetele segmentului luminos, respectiv pentru $y = \frac{b}{2}$.</p>	0,5p	3p
<p>În comparație cu figura de interferență generată de o sursă punctiformă situată pe axa de simetrie a dispozitivului, mulțimea continuă de surse punctiforme de pe segmentul luminos, situate de o parte și de alta a axei de simetrie, până la capetele segmentului luminos, vor genera o figură de interferență ale cărei franje luminoase se lătesc/lărgesc, respectiv au o dimensiune transversală mărită</p> $\Delta = 2 \cdot \left(\frac{yD}{d} \right) = \frac{bD}{d}$	1p	
<p>Figura de interferență devine neclară atunci când lărgimea franjelor luminoase devine egală cu interfranța sau mai mare decât aceasta:</p>	1p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

$\Delta \geq i, \frac{bD}{d} \geq \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow d \leq \frac{ba}{\lambda}$ <p>Situația limită corespunde pentru $d = \frac{ba}{\lambda}$, respectiv pentru distanța $d \cong 364\text{mm}$.</p>		
<p>O altă abordare:</p> <p>Considerăm un punct oarecare de pe segmentul luminos, de coordonată y, $y \in \left[-\frac{b}{2}; \frac{b}{2}\right]$.</p> <p>Pentru razele provenind de la acest punct care, după trecerea prin fante, interferă într-un punct oarecare de pe ecran situat la distanța x față de axa de simetrie, diferența de fază este:</p> $\Delta\varphi = \frac{2\pi ax}{\lambda D} - \frac{2\pi ay}{\lambda d}$ <p>Deoarece $E^2 = E_0^2 + E_0^2 + 2E_0^2 \cos \Delta\varphi$, obținem:</p> $I = 2I_0 + 2I_0 \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} - \frac{2\pi ay}{\lambda d}\right) \frac{dx}{b}$ <p>Adică: $I = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right) \frac{\sin\left(\frac{\pi ab}{\lambda d}\right)}{\frac{\pi ab}{\lambda d}} \right]$</p> <p>Micșorând distanța d, prima valoare pentru care franjele de interferență dispar este cea corespunzătoare valorii $\frac{\pi ab}{\lambda d} = \pi$, deci $d = \frac{ba}{\lambda}$</p>		

Subiectul II: „Ciocniri interatomice”	Punctaj parțial	Total
<p>a) Din expresiile legilor de conservare a energiei și impulsului, în aproximația clasică, nerelativistă:</p> $m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (1)$	0,5 p	3 p
$m_1 \frac{v_0^2}{2} = m_1 \frac{v_1^2}{2} + m_2 \frac{v_2^2}{2} + E_{ion} \quad (2)$ <p>unde v_0 și v_1 sunt vitezele ionului de He^+ înainte și după ciocnire, v_2 este viteza atomului de H după ciocnire iar E_{ion} este energia de ionizare a atomului de H.</p>	0,5 p	
<p>Eliminând v_2 între relațiile (1) și (2) găsim:</p> $v_1^2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) - 2v_0 v_1 \cdot \frac{m_1}{m_2} + \left(\frac{m_1}{m_2} - 1\right)v_0^2 + 2E_{ion} / m_1 = 0 \quad (3)$	0,5 p	
<p>Din condiția de existență a soluțiilor: $\Delta = v_0^2 - 2E_{ion} (1/m_1 + 1/m_2) \geq 0$</p>	0,3 p	
<p>găsim energia minimă cerută: $E_{0,\min} = \frac{m_1 v_{0,\min}^2}{2} = E_{ion} \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)$</p>	0,3 p	
<p>Numeric: $E_{0,\min} = 68\text{eV}$</p>	0,1 p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

$v_{0,\min} = \sqrt{\frac{2E_{0,\min}}{m_1}} = c \sqrt{\frac{2E_{0,\min}}{m_1 c^2}}$	0,2 p	
$v_1 = v_2 = \frac{m_1 v_{0,\min}}{m_1 + m_2}$	0,3 p	
Numeric $v_{0,\min} \square 5,73 \cdot 10^4 \text{ m/s}$; $v_1 = v_2 = 4,58 \cdot 10^4 \text{ m/s}$	0,2 p	
Deoarece $v_{0,\min}, v_1, v_2 \square c$ se justifică utilizarea aproximației clasice nerelativiste	0,1 p	
Obs: Viteza termică a atomilor de H: $v_{2T} = \sqrt{\frac{3kT}{m_2}} = c \sqrt{\frac{3kT}{m_2 c^2}} \Rightarrow v_{2T} = 5 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ Comparația dintre viteza termică a atomilor de H și viteza ionilor de He^+ $v_{2T} < v_{0,\min}$ justifică în primă aproximație considerarea în repaus a atomilor de H.		
b) Energia fotonului emis în sistemul de referință propriu al ionului de He^+: $E_{f0} = hcRZ^2 \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \Rightarrow E_{f0} = 4E_{ion} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) = \frac{7}{36} E_{ion}$	0,5 p	2 p
Frecvența fotonului în sistemul de referință terestru: $\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \cos \theta} = \nu_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta} = \nu_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$	0,5 p	
Energia acestuia: $E_f = h\nu = h\nu_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = E_{f0} \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = \frac{7}{36} \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} E_{ion}$	0,5 p	
Energia minimă de excitare a atomului de H corespunde tranziției de pe nivelul fundamental pe nivelul imediat superior deci: $E_f = hcR \left(1 - \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4} hcR = \frac{3}{4} E_{ion}$	0,3 p	
Găsim astfel: $\frac{7}{36} \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} E_{ion} = \frac{3}{4} E_{ion} \Rightarrow \beta = \frac{680}{778} \Rightarrow v \square 2,62 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.	0,2 p	
c) Lungimea de undă maximă a seriei Lyman: $\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(1 - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{4}{3R}; \lambda_{\max} \square 121,5 \text{ nm}$	0,5 p	
$\frac{v_0}{1+\beta} \leq \nu = \frac{\nu_0}{1-\beta \cos \theta} \leq \frac{\nu_0}{1-\beta} \Rightarrow$	0,5 p	
$\Delta \nu = \nu_0 \left(\frac{1}{1-\beta} - \frac{1}{1+\beta} \right) = \nu_0 \frac{2\beta}{1-\beta^2} \square 2\beta \nu_0$	0,5 p	
$\Delta \lambda_T = \Delta \left(\frac{c}{\nu} \right) = c \frac{\Delta \nu}{\nu_0^2} = \lambda \frac{\Delta \nu}{\nu_0} \square 2\beta \lambda_{\max} \text{ unde } \beta = \frac{v_{2T}}{c} = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ m/s}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \square 1,67 \cdot 10^{-5}$	0,5 p	
În final $\Delta \lambda_T \square 4,05 \cdot 10^{-3} \text{ nm}$	0,2 p	3 p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Din aplicarea principiului incertitudinii al lui Heisenberg se poate estima lărgimea naturală a liniei spectrale: $\Delta E \cdot \Delta t \approx \frac{h}{2\pi} \Rightarrow h\Delta\nu \cdot \tau \approx \frac{h}{2\pi} \Leftrightarrow c \frac{\Delta\lambda_n}{\lambda_{\max}^2} \cdot \tau \approx \frac{1}{2\pi} \Rightarrow \Delta\lambda_n \approx \frac{\lambda_{\max}^2}{2\pi c\tau}$	0,6 p	
Numeric $\Delta\lambda_n \approx 7,83 \cdot 10^{-7} \text{ nm} \Rightarrow \frac{\Delta\lambda_T}{\Delta\lambda_n} \approx 5,17 \cdot 10^3$	0,2 p	
d) Intensitatea unei linii spectrale este proporțională cu numărul de atomi aflați în starea excitată de pe care se realizează tranziția: $I \propto N$	0,5 p	2 p
Raportul intensității liniei spectrale, la începutul și sfârșitul intervalului de timp $t = \frac{d}{v}$ necesar parcurgerii distanței d este dat de: $\eta = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{n}$ unde τ este timpul mediu de viață al stării excitate;	0,5 p	
$\tau = \frac{d}{v \ln n};$	0,5 p	
Numeric: $\tau \approx 1,73\mu\text{s}$	0,5 p	

Subiectul III: „Dezintegrarea Pionului”	Punctaj parțial	Total
		10 p
a) Cunoscând forma vectorială a transformărilor Lorentz:	4,00 p	
$\vec{r}' = \vec{r} + \vec{u} \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{u^2} - \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right],$ unde: $\vec{r}' = x'\vec{i}' + y'\vec{j}' + z'\vec{k}'; \quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k};$ $\vec{u} = u_x\vec{i} + u_y\vec{j} = u \cdot \sin\alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos\alpha \cdot \vec{j};$ $\vec{u} \cdot \vec{r} = x \cdot u \cdot \sin\alpha + y \cdot u \cdot \cos\alpha = u(x\sin\alpha + y\cos\alpha),$ rezultă: $x'\vec{i}' + y'\vec{j}' + z'\vec{k}' = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} +$ $+ u(\sin\alpha \cdot \vec{i} + \cos\alpha \cdot \vec{j}) \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{u \cdot (x\sin\alpha + y\cos\alpha)}{u^2} - \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right],$ astfel încât, identificând coeficienții versorilor paraleli, obținem:		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

<p>1) \vec{i}'; \vec{i}</p> $x' = x + u \cdot \sin \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{u(x \sin \alpha + y \cos \alpha)}{u^2} - \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right];$ $x' = x + u \cdot \sin \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{\sin \alpha}{u} x + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{\cos \alpha}{u} y - \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right];$ $x' = x + \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \sin^2 \alpha \cdot x + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot y - \frac{ut \cdot \sin \alpha}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right];$ $x' = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \sin^2 \alpha + 1 \right] \cdot x + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot y - \frac{ut \cdot \sin \alpha}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}};$ <p style="text-align: center;">$x = 0; y = -a; z = 0; t;$</p> $x' = - \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot a + \frac{ut \cdot \sin \alpha}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \quad \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}};$ <p style="text-align: center;">$x' = -(\Gamma - 1) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot a - \Gamma \cdot ut \cdot \sin \alpha; \dots\dots\dots$ 1 punct</p>	
<p>2) \vec{j}'; \vec{j}</p> $y' = y + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{u \cdot (x \sin \alpha + y \cos \alpha)}{u^2} - \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right];$ $y' = y + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{\sin \alpha}{u} \cdot x + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{\cos \alpha}{u} \cdot y - \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right];$	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

$y' = y + \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot x + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \cos^2 \alpha \cdot y - \frac{ut \cdot \cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right];$ $y' = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot x + \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \cos^2 \alpha + 1 \right] \cdot y - \frac{ut \cdot \cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}};$ <p style="text-align: center;">$x = 0; y = -a; z = 0; t;$</p> $y' = - \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \cos^2 \alpha + 1 \right] \cdot a - \frac{ut \cdot \cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \quad \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}};$ <p style="text-align: right;">$y' = - [(\Gamma - 1) \cdot \cos^2 \alpha + 1] \cdot a - \Gamma \cdot ut \cdot \cos \alpha; \dots\dots\dots$ 1 punct</p>		
<p>3) $\vec{k}'; \vec{k}$</p> <p style="text-align: right;">$z' = z = 0. \dots\dots\dots$ 1 punct</p>		
<p>4) În plus, din relația:</p> $t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \cdot \left(t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c^2} \right),$ <p>rezultă:</p> $\vec{u} \cdot \vec{r} = x \cdot u \cdot \sin \alpha + y \cdot u \cdot \cos \alpha = u \cdot (x \sin \alpha + y \cos \alpha);$ $t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \cdot \left(t - \frac{ux \sin \alpha + uy \cos \alpha}{c^2} \right);$ <p style="text-align: center;">$x = 0; y = -a; z = 0; t = 0;$</p> $t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \cdot \left(t + \frac{ua \cos \alpha}{c^2} \right); \quad \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}};$ <p style="text-align: right;">$t' = \Gamma \cdot \left(t + \frac{ua \cos \alpha}{c^2} \right). \dots\dots\dots$ 1 punct</p>		
b)	3,00 p	
<p>Utilizând forma vectorială a transformărilor Lorentz, rezultă:</p> $\vec{r}' = \vec{r} + \vec{u} \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{u^2} - \frac{t}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right];$		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

$t' = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \left(t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c^2} \right);$ $\vec{v}' = \frac{d\vec{r}'}{dt'} = \frac{d\vec{r} + \vec{u} \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{\vec{u} \cdot d\vec{r}}{u^2} - \frac{dt}{\sqrt{1-\beta^2}} \right]}{dt - \frac{\vec{u} \cdot d\vec{r}}{c^2}};$ $\vec{v}' = \frac{\frac{d\vec{r}}{dt} + \vec{u} \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{\vec{u}}{u^2} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right]}{1 - \frac{\vec{u} \cdot d\vec{r}}{c^2 \cdot dt}};$ $\vec{v}' = \frac{\vec{v} + \vec{u} \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{u^2} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right]}{1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{c^2}}; \quad \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}};$ $\vec{v}' = \frac{\vec{v} + \vec{u} \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{c^2} \right)}, \quad \dots\dots\dots 1,25 \text{ puncte}$	
<p>reprezentând viteza pe care o are NEUTRINO în raport cu observatorul O' din sistemul inerțial mobil, R', unde:</p> $\vec{v}' = v'_x \vec{i}' + v'_y \vec{j}' + v'_z \vec{k}';$ $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k};$ $\vec{u} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} = u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j},$ <p>astfel încât:</p> $v'_x \vec{i}' + v'_y \vec{j}' + v'_z \vec{k}' = \frac{v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{(u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot (v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k})}{c^2} \right)} +$ $+ \frac{(u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{(u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot (v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k})}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{(u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot (v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k})}{c^2} \right)};$	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

$\begin{aligned} v'_x \vec{i}' + v'_y \vec{j}' + v'_z \vec{k}' = & \frac{v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)} + \\ & + \frac{(u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)}. \end{aligned}$ <p style="text-align: right; margin-right: 20px;">.....0,50 puncte</p>	
<p>Identificând coeficienții versorilor axelor paralele ale celor două sisteme de referință inerțiale, obținem:</p> <p>1) \vec{i}'; \vec{i}</p> $\begin{aligned} v'_{x'} = & \frac{v_x}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)} + \\ & + \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)}; \\ v'_{x'} = & \frac{v_x + u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)}; \\ & v_x = 0; \quad v_y = c; \\ v'_{x'} = & \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; \quad \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \\ v'_{x'} = & \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right]}{\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; \end{aligned}$	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

$$v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[\left(1 - \sqrt{1 - \beta^2} \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}{\left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; \dots\dots\dots 0,50 \text{ puncte}$$

2) \vec{j}' ; \vec{j}

$$v'_{x'} \vec{i}' + v'_{y'} \vec{j}' + v'_{z'} \vec{k}' = \frac{v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)} +$$

$$+ \frac{(u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)};$$

$$v'_{x'} \vec{i}' + v'_{y'} \vec{j}' + v'_{z'} \vec{k}' = \frac{v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)} +$$

$$+ \frac{(u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)};$$

$$v'_{y'} = \frac{v_y}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)} +$$

$$+ \frac{u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)};$$

$$v'_{y'} = \frac{v_y + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)};$$

$$v_x = 0; v_y = c;$$

$$v'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}};$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

$v'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right]}{\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)};$ $v'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[\left(\frac{1 - \sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right]}{\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)};$ $v'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \left[\left(1 - \sqrt{1-\beta^2} \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}{\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; \dots\dots\dots \mathbf{0,50 \text{ puncte}}$ <p>3) \vec{k}'; \vec{k}</p> $v'_{z'} = \frac{v_z}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)};$ <p>$v_z = 0$; $v'_{z'} = 0$. 0,25 puncte</p> <p><i>Concluzie:</i></p> $\vec{v}' = \vec{v}'_{x'} + \vec{v}'_{y'} = v'_{x'} \cdot \vec{i}' + v'_{y'} \cdot \vec{j}',$ <p>adică vectorul \vec{v}', reprezentând viteza pe care NEUTRINO o are în raport cu observatorul O' din sistemul inerțial R', se află în planul $X'O'Y'$.</p>		
c)	3,00 p	
<p>Am demonstrat că:</p> $v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; v'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)};$		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

$\vec{v}' = \frac{\vec{v} + \vec{u} \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{c^2} \right)}; \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}};$ $\vec{v}' = \frac{\vec{v} + \vec{u} \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{u^2} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right]}{1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{c^2}};$ $v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}{\left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)};$ $v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}{\left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)};$ $v'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)};$ $v'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \left[(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}{\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)};$ $\vec{v}' = \frac{\vec{v} + \vec{u} \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{c^2} \right)};$ $\vec{u} = u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}; \vec{v} = v_y \cdot \vec{j} = c \cdot \vec{j};$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = u \cdot c \cdot \cos \alpha;$ $\vec{v}' = \frac{c \cdot \vec{j} + u \cdot (\sin \alpha \cdot \vec{i} + \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot u \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{c \cdot u \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)};$	
--	--

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

$$\vec{v}' = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot u \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{c \cdot u \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)} \cdot \vec{i} + \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot u \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{c \cdot u \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)} \vec{j};$$

$$\vec{v}' = \vec{v}'_x + \vec{v}'_y = v'_x \cdot \vec{i}' + v'_y \cdot \vec{j}';$$

$$v'_x = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; \quad v'_y = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)},$$

astfel încât, în acord cu notațiile din figura 2, rezultă:

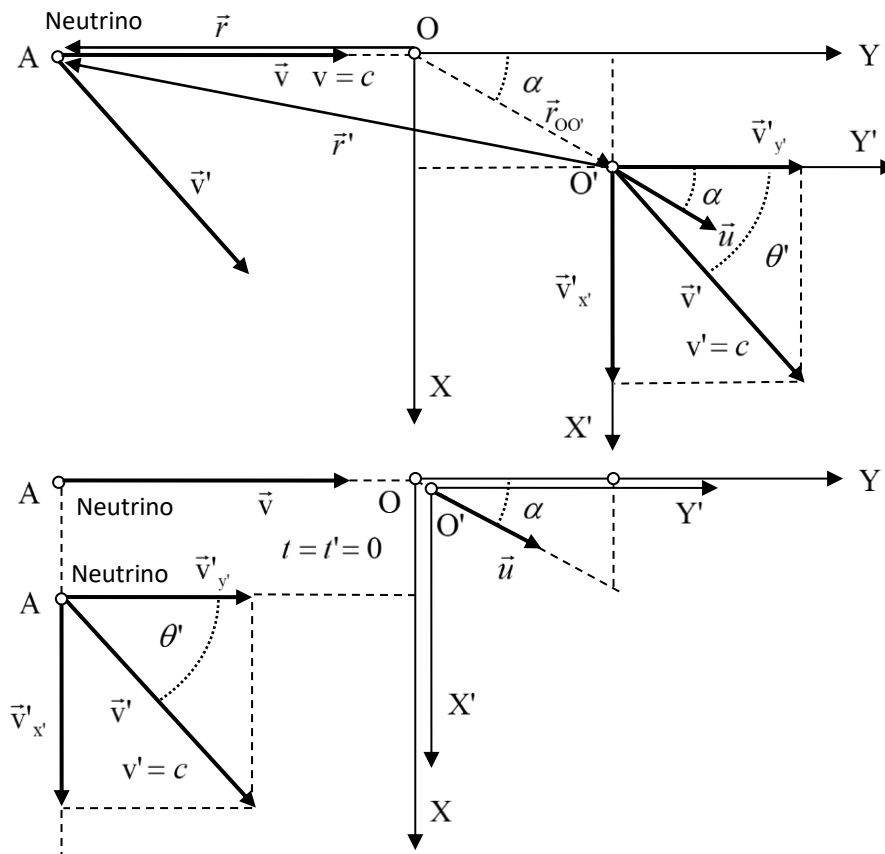


Fig. 2

1)

$$v'^2 = v'^2_x + v'^2_y = F(\text{fracție}) = \frac{N(\text{numarator})}{n(\text{numitor})};$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

$N = u^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]^2 + c^2 + u^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]^2 +$ $+ 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right];$ $N = u^2 \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]^2 +$ $+ 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] + c^2;$ $N = u^2 \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]^2 + 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] + c^2;$ $N = \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] \cdot \left\{ \left[(\Gamma - 1) \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha - u^2 \cdot \Gamma \right] + 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha \right\} + c^2;$ $N = \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha - u^2 \Gamma + 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha \right] + c^2;$ $N = \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] \cdot \left[\Gamma \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha - c \cdot u \cdot \cos \alpha - u^2 \Gamma + 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha \right] + c^2;$ $N = \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] \cdot \left[\Gamma \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha + c \cdot u \cdot \cos \alpha - u^2 \Gamma \right] + c^2;$ $N = \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] \cdot \left[(\Gamma + 1) \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha - u^2 \Gamma \right] + c^2;$ $N = u^2 \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] \cdot \left[(\Gamma + 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] + c^2;$ $N = u^2 \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot (\Gamma + 1) \cdot \frac{c^2 \cdot \cos^2 \alpha}{u^2} - \Gamma \cdot (\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma (\Gamma + 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} + \Gamma^2 \right] + c^2;$ $N = u^2 \cdot \left[(\Gamma^2 - 1) \cdot \frac{c^2 \cdot \cos^2 \alpha}{u^2} - \Gamma \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} \cdot (\Gamma - 1 + \Gamma + 1) + \Gamma^2 \right] + c^2;$ $N = u^2 \cdot \left[(\Gamma^2 - 1) \cdot \frac{c^2 \cdot \cos^2 \alpha}{u^2} - 2 \cdot \Gamma^2 \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} + \Gamma^2 \right] + c^2;$ $N = \left[(\Gamma^2 - 1) \cdot u^2 \cdot \frac{c^2 \cdot \cos^2 \alpha}{u^2} - 2 \cdot \Gamma^2 \cdot u^2 \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} + u^2 \cdot \Gamma^2 \right] + c^2;$ $N = \left[(\Gamma^2 - 1) \cdot c^2 \cdot \cos^2 \alpha - 2 \cdot \Gamma^2 \cdot u \cdot c \cdot \cos \alpha + u^2 \cdot \Gamma^2 \right] + c^2;$ $N = \Gamma^2 (c^2 \cdot \cos^2 \alpha - 2 \cdot u \cdot c \cdot \cos \alpha + u^2) - c^2 \cdot \cos^2 \alpha + c^2;$ $N = \Gamma^2 (c \cdot \cos \alpha - u)^2 + c^2 \cdot \sin^2 \alpha;$ $n = \Gamma^2 \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)^2;$	
--	--

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

$$v'^2 = \frac{N}{n} = \frac{\Gamma^2 \cdot (c \cdot \cos \alpha - u)^2 + c^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2}}{\Gamma^2 \cdot \frac{(c - u \cdot \cos \alpha)^2}{c^2}};$$

$$v'^2 = c^2 \cdot \frac{(c \cdot \cos \alpha - u)^2 + c^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \frac{1}{\Gamma^2}}{(c - u \cdot \cos \alpha)^2};$$

$$\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad \frac{1}{\Gamma^2} = 1 - \beta^2 = 1 - \frac{u^2}{c^2} = \frac{c^2 - u^2}{c^2};$$

$$v'^2 = c^2 \cdot \frac{(c \cdot \cos \alpha - u)^2 + c^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \frac{c^2 - u^2}{c^2}}{(c - u \cdot \cos \alpha)^2};$$

$$v'^2 = c^2 \cdot \frac{(c \cdot \cos \alpha - u)^2 + (c^2 - u^2) \cdot \sin^2 \alpha}{(c - u \cdot \cos \alpha)^2};$$

$$v'^2 = c^2 \cdot \frac{c^2 \cdot \cos^2 \alpha - 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha + u^2 + c^2 \cdot \sin^2 \alpha - u^2 \cdot \sin^2 \alpha}{(c - u \cdot \cos \alpha)^2};$$

$$v'^2 = c^2 \cdot \frac{c^2 - 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha + u^2 \cdot \cos^2 \alpha}{(c - u \cdot \cos \alpha)^2};$$

$$v'^2 = c^2 \cdot \frac{(c - u \cdot \cos \alpha)^2}{(c - u \cdot \cos \alpha)^2};$$

$$v'^2 = c^2; \quad v' = c, \quad \dots \dots \dots \quad \mathbf{1,50 \text{ puncte}}$$

ceea ce dovedește că pentru NEUTRIN, viteza lui, în raport cu ambele sisteme de referință inerțiale, R și respectiv R', este aceeași, egală cu viteza luminii în vid, c, rezultat în acord cu principiul relativității, conform căruia viteza luminii este aceeași în raport cu orice SRI.

..... **0,50 puncte**

2)

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{v'_{x'}}{v'_{y'}};$$

$$v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; \quad v'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)},$$

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}; \quad \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}};$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

$\operatorname{tg} \theta' = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right]}{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right]};$ $\operatorname{tg} \theta' = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \left[\left(1 - \sqrt{1-\beta^2} \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \left[\left(1 - \sqrt{1-\beta^2} \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]};$ $\operatorname{tg} \theta' = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[\left(1 - \sqrt{1-\beta^2} \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}{c \cdot \sqrt{1-\beta^2} + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[\left(1 - \sqrt{1-\beta^2} \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}, \dots 1,00 \text{ puncte}$ <p>așa cum indică desenul din figura 2</p>		
--	--	--

Bareme propuse de:

prof. **Florin Butușină** – *Colegiul Național „Simion Bărnuțiu”, Șimleu Silvaniei*
prof. **Cristian Miu** – *Inspectoratul Școlar Județean Olt, Slatina*
prof. **Mihail Sandu** – *Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești*
coordonator: prof. **Liviu Blanariu** – *CNPEE, București*

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.