



MINISTERUL EDUCAȚIEI  
Olimpiada Națională de Fizică  
Brașov 21-26 aprilie 2024  
Proba practică  
Clasa a IX-a



Pagina 1 din 4

**Subiectul I. Determinarea modulului de elasticitate al unui fir elastic de diametru cunoscut**

Experimentul are drept scop determinarea modulului de elasticitate pentru un fir de cupru de diametru  $d=0,08$  mm.

Materialele necesare sunt:

- 2 fire de cupru;
- o riglă din plastic;
- cârlig cu greutate crestate (sau mase marcate cu sistem de suspendare);
- 2 tije metalice paralele;
- 2 cleme pentru fixarea orizontală a firelor;
- 2 suporturi identici.

INDICAȚIE: unul dintre fire va fi folosit ca nivel de referință pentru măsurarea mărimii deformației  $x$  a celui alt fir.

Se vor efectua minim 5 măsurători, pentru mase diferite, iar datele obținute vor fi trecute într-un tabel, împreună cu calculul erorii relative medii pe setul de măsurători efectuate.

**Cerințele** lucrării sunt următoarele:

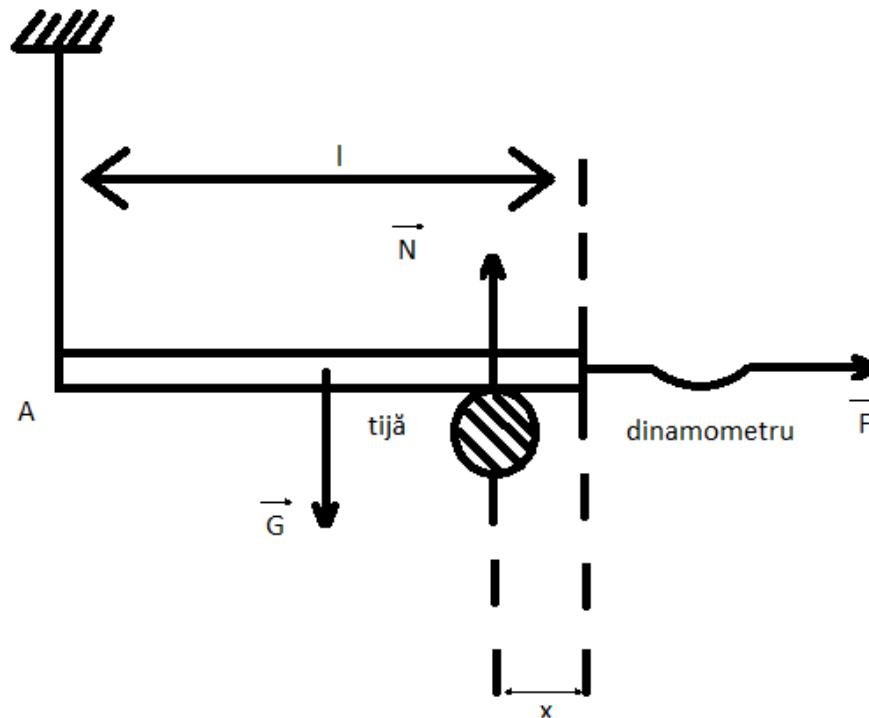
1. **(2,0p)** să se deducă relația pe baza căreia se determină modulul de elasticitate al materialului din care este confecționat firul (principiul metodei);
2. **(2,0p)** să se descrie modul de lucru;
3. **(3,0p)** să se completeze un tabel cu datele experimentale;
4. **(1,5p)** să se efectueze calculul erorilor;
5. **(1,5p)** să se precizeze trei surse de erori.

## Subiectul II. Determinarea experimentală a coeficientului de frecare la alunecare

Materiale necesare:

- 2 suporți cu tije verticale;
- dinamometru;
- cleme (menghine) pentru fixat tijele neuniforme;
- riglă;
- 2 tije metalice orizontale (una mai scurtă, cealaltă de 20 cm);
- o scândură cu cârlige la capete;
- fir inextensibil.

Se va folosi metoda experimentală propusă mai jos pentru determinarea coeficientului de frecare dintre scândura dată și metal (o tijă de 20cm).



Scândura fiind echilibrată în poziție orizontală, ca în figură, condiția de echilibru la rotație față de punctul A este:

$$N(l - x) = Gl/2$$

**Cerințele** lucrării sunt următoarele:

1. **(1,0p)** să se deducă relația care exprimă dependența coeficientului de frecare lemn (scândura) - metal (tija de 20 cm) de distanța  $x$  (principiul metodei), atunci când asupra scândurii acționează forța orizontală  $F$  (vezi figura);
2. **(1,5p)** să se completeze un tabel cu datele experimentale;
3. **(1,0p)** să se determine valoarea coeficientului de frecare la alunecare lemn-metal pentru fiecare măsurătoare efectuată și să se completeze în tabel;
4. **(1,25p)** să se efectueze calculul erorilor pentru rezultatele obținute și notate în tabel, iar valoarea lui  $\mu$  să se scrie sub forma  $\mu = \bar{\mu} \pm \Delta\mu$ ;

- 
1. Durata probei este de 3 ore.
  2. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
  3. Punctajul acordat: 20 puncte pentru rezolvarea cerințelor, fără puncte din oficiu.



**MINISTERUL EDUCAȚIEI**  
**Olimpiada Națională de Fizică**  
**Brașov 21-26 aprilie 2024**  
**Proba practică**  
**Clasa a IX-a**



Pagina 3 din 4

5. **(2,0p)** să se realizeze graficul  $G/F = f(x)$ ; **Atenție!** Foaia de hârtie milimetrică se predă cu lucrarea: **NU O SEMNA!**
6. **(1,0p)** să se determine valoarea coeficientului de frecare la alunecare lemn-metal din grafic;
7. **(0,75p)** să se precizeze trei surse de erori.

Pe baza experimentului realizat, să se răspundă la următoarele întrebări:

- I. **(0,5p)** De ce nu este indicat să facem o singură determinare?
- II. **(1,0p)** Care sunt avantajele și dezavantajele metodei utilizate pentru determinarea coeficientului de frecare la alunecare lemn-metal?

INDICAȚIE: puteți trasa direct pe scândură cu creionul valori pentru  $x$ .

Subiecte propuse de:

prof. **Elena NENIU**, Colegiul „Nicolae Titulescu” Brașov  
prof. **Rareș VOROVENCI**, Centrul Județean de Excelență Brașov

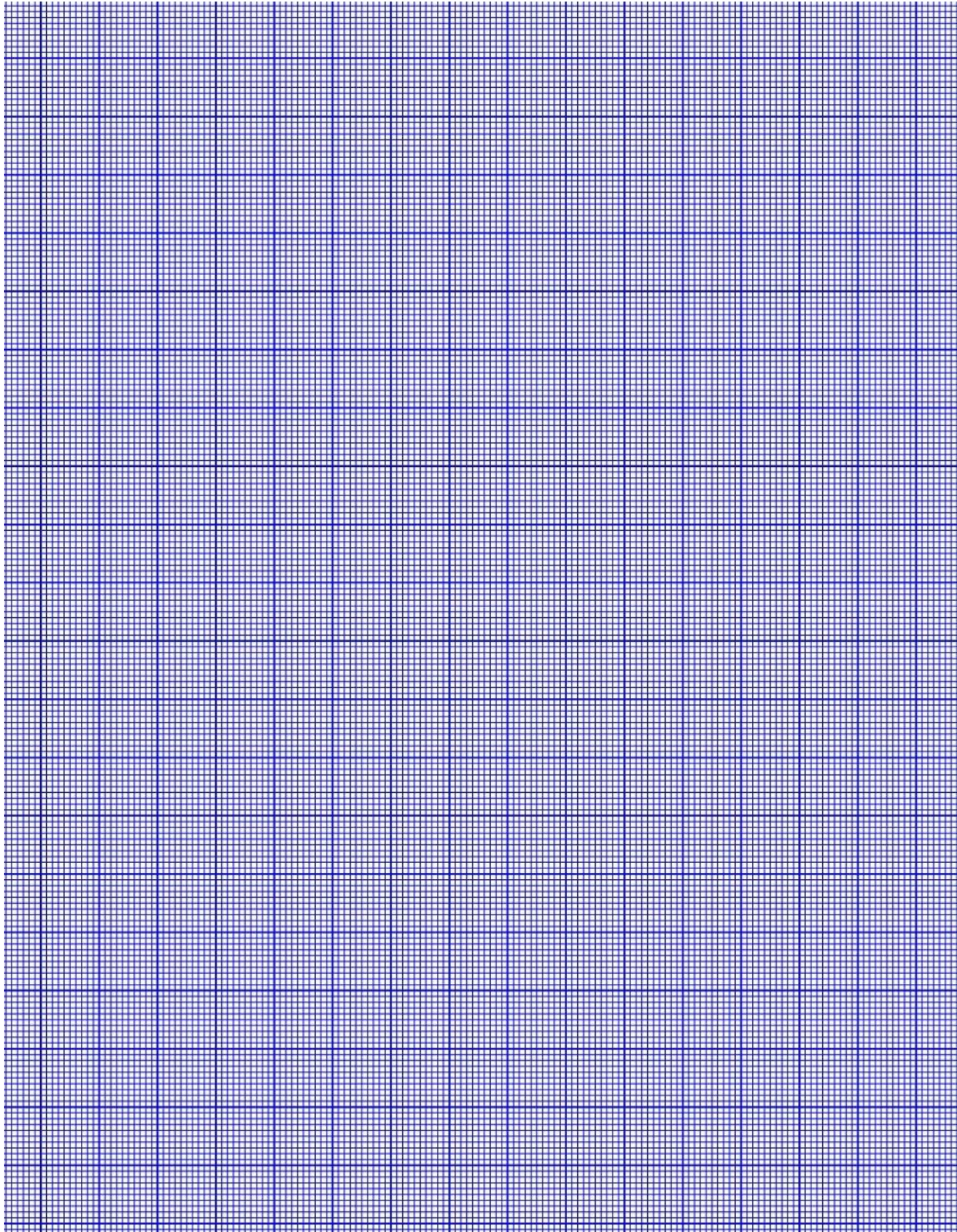
- 
1. Durata probei este de 3 ore.
  2. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
  3. Punctajul acordat: 20 puncte pentru rezolvarea cerințelor, fără puncte din oficiu.



**MINISTERUL EDUCAȚIEI**  
**Olimpiada Națională de Fizică**  
**Brașov 21-26 aprilie 2024**  
**Proba practică**  
**Clasa a IX-a**



Pagina 4 din 4



- 
1. Durata probei este de 3 ore.
  2. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
  3. Punctajul acordat: 20 puncte pentru rezolvarea cerințelor, fără puncte din oficiu.



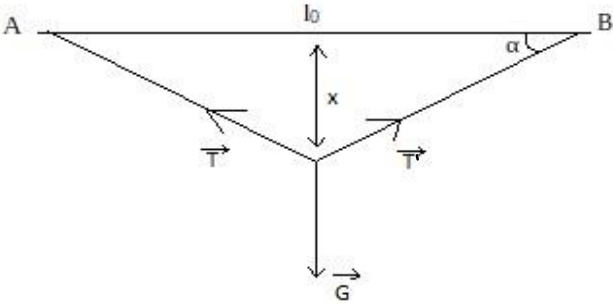
MINISTERUL EDUCAȚIEI  
Olimpiada Națională de Fizică  
Brașov 21-26 aprilie 2024  
Proba practică  
Clasa a IX-a



Pagina 1 din 5

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Subiectul I

Nr	Etapa de rezolvare	Partial	Punctaj
1.	<p><i>Deducerea relației pe baza căreia se determină modulul de elasticitate al materialului din care este confecționat firul (principiul metodei).</i></p>  <p><math>G=2T_y; \quad G= 2T\sin\alpha;</math></p> <p><math>\sin\alpha=x/\sqrt{(l_0^2/4+x^2)}</math></p> <p><math>\frac{T}{S}=E(\Delta l/l_0)</math></p> <p><math>E = Gl_0\sqrt{(l_0^2/4+x^2)}/2xS(2\sqrt{(l_0^2/4+x^2)} - l_0) \quad (1)</math></p>	0,5p  0,5p  1,0p	2p
2	<p><i>Descrierea modului de lucru.</i></p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Se suspendă de unul din fire cârligul cu mase marcate;</li><li>2. se măsoară valorile lui x corespunzătoare diferitelor valori ale maselor marcate</li><li>3. se calculează <math>E</math> cu formula (1).</li><li>4. se repetă etapele 1 – 3 de minim 5 ori, pentru mase diferite ;</li></ol>	0,5 p 0,5 p 0,5 p 0,5 p	2p

Pagina 1 din 5

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.



MINISTERUL EDUCAȚIEI  
Olimpiada Națională de Fizică  
Brașov 21-26 aprilie 2024  
Proba practică  
Clasa a IX-a



Pagina 2 din 5

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

3	<i>Completarea tabelului cu date experimentale și calcularea valorii medii a modului de elasticitate <math>E</math> al materialului din care e confecționat firul.</i>		3 p											
		<table border="1"><thead><tr><th>Nr. crt</th><th><math>m(Kg)</math></th><th><math>x(m)</math></th><th><math>E</math></th><th><math>\bar{E}</math></th><th><math>\Delta E</math></th><th><math>\overline{\Delta E}</math></th></tr></thead><tbody><tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr></tbody></table> (5x0,6p)		Nr. crt	$m(Kg)$	$x(m)$	$E$	$\bar{E}$	$\Delta E$	$\overline{\Delta E}$				
Nr. crt	$m(Kg)$	$x(m)$	$E$	$\bar{E}$	$\Delta E$	$\overline{\Delta E}$								
4	<i>Calculul erorilor și exprimarea rezultatului final sub forma <math>E = \bar{E} \pm \overline{\Delta E}</math> Pentru scrierea rezultatului final în forma cerută: Pentru valori ale lui <math>E \in (10-11) \times 10^{10} Pa</math> se acordă: Pentru valori ale lui <math>E \in (9-12) \times 10^{10} Pa</math> (în afara primului interval) se acordă: Pentru valori în afara acestor intervale :</i>	0,5p	1,5p											
		1p												
		0,5p												
		0p												
5	<i>Precizarea a 3 surse de erori. - eroare de paralaxă față de reperul ales; - eroare de paralaxă la citire; - eroare datorată faptului că firele nu au fost foarte bine întinse la momentul inițial; - eroare datorată neomogenității firului; - erori de calcul; - erori de aproximație.</i>	(3x0,5p)	1,5 p											
<b>TOTAL</b>		<b>10p</b>												

Subiectul II

Nr	Etapa de rezolvare	Partial	Punctaj
1.	<i>Deducerea relației pe baza căreia se determină coeficientul de frecare la alunecare lemn-metal (principiul metodei).</i>  Din condiția de echilibru inițial a sistemului scândură-tijă:  $N(1-x) = Gl/2$ ,  determinăm expresia coeficientului de frecare:  $\mu = (F/G)2(1-x/l)$		1p
		1,0p	

Pagina 2 din 5

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.



MINISTERUL EDUCAȚIEI  
Olimpiada Națională de Fizică  
Brașov 21-26 aprilie 2024  
Proba practică  
Clasa a IX-a



Pagina 3 din 5

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

2	<b>Completarea tabelului cu date experimentale</b>					(3x0,4p)	1,50p				
	Nr. măsur	G(N)	F(N)	G/F	x(m)						
	1.										
	2.										
	3.										
	<b>Observație: se va preciza că măsurătorile au fost efectuate după reglarea dinamometrului la 0 în poziția orizontală</b>					0,3p					
3	<b>Determinarea coeficientului de frecare la alunecare din formulă și a valorii medii a coeficientului de frecare .</b>						(3x0,25p) 1x0,25p	1p			
	Nr. măsur	G(N)	F(N)	G/F	x(m)	$\mu$			$\mu_m$		
	1.										
	2.										
	3.										
4	<b>Completarea tabelului cu valorile obținute pentru erori și exprimarea valorii coeficientului de frecare la alunecare sub forma:</b> $\mu = \bar{\mu} \pm \Delta\bar{\mu}$									0,5p (3x0,25)	1,25 p
	Nr. măsur	G(N)	F(N)	G/F	x(m)	$\mu$	$\mu_m$	$\Delta\mu$	$\Delta\mu_m$		
	1.										
	2.										
	3.										

Pagina 3 din 5

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.







MINISTERUL EDUCAȚIEI  
Olimpiada Națională de Fizică  
Brașov 21-26 aprilie 2024  
Proba practică  
Clasa a IX-a



Pagina 5 din 5

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

	<ul style="list-style-type: none"><li>- poziția incorectă- înclinarea față de orizontală a scândurii la momentul începerii experimentului</li><li>- eroare de paralaxă la citire.</li></ul>		
I	<p><i>O singură determinare nu permite realizarea reprezentării grafice</i></p> <p><i>Mai multe măsurători cresc precizia determinării valorii coeficientului de frecare la alunecare</i></p>	0,5p	0,5p
II	<p><b>Avantaje:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Simplitate</li><li>- <math>N</math> poate lua multe valori, cuprinse între <math>(G/2, +\infty)</math></li></ul> <p><b>Dezavantaje:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Erori foarte mari,</li><li>- orizontalitate,</li><li>- firul de care este suspendată placa de lemn este menținut greu în poziție verticală,</li><li>- <math>\mu</math> variază din loc în loc.</li></ul> <p><i>Pentru scrierea a minim doua avantaje</i></p> <p><i>Pentru scrierea a minim două dezavantaje</i></p>	2x0,25p 2x0,25p	1p
<b>TOTAL</b>		<b>10p</b>	

Pagina 5 din 5

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

**Subiectul I: Sistem buclucaș**

**(10 puncte)**

De capătul inferior al unui fir flexibil este suspendată o bilă cu dimensiuni neglijabile, celălalt capăt al firului fiind fixat. Firul, fără masă și inextensibil, are lungimea  $\ell = 0,50$  m și tensiunea de rupere  $T_r = 6mg$ , unde  $m$  este masa bilei. Bilei i se imprimă o viteză orizontală cu valoarea  $v_0 = 4,7$  m/s. Se consideră că accelerația gravitațională are valoarea  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Să se determine:

- a) (3,0 p) înălțimea maximă, față de nivelul inițial, la care ajunge bila;
- b) (3,0 p) durata după care bila revine pe traiectoria circulară, din momentul în care a părăsit-o;
- c) (1,0 p) coordonatele punctului în care se află bila și tangenta unghiului făcut de fir cu orizontala, atunci când firul este din nou întins;

Presupunând că imediat după întinderea firului, acesta se rupe și bila își continuă mișcarea cu o viteză egală, ca mărime, cu valoarea componentei tangențiale a vectorului viteză, în punctul de rupere a firului, să se determine:

- d) (3,0 p) durata șocului care conduce la ruperea firului.

*Indicație: dacă considerați necesar, puteți utiliza ecuația cercului cu centrul în originea sistemului de coordonate  $xOy$ ,  $x^2 + y^2 = R^2$ ,  $R$  fiind raza cercului.*

**Subiectul II: Mașinuța rebelă**

**(10 puncte)**

O mașinuță teleghidată cu masa  $m$  se deplasează pe o traiectorie circulară de rază  $r$ , fără să derapeze, pe suprafața unui plan orizontal, aflată pe podeaua unui vagon. Coeficientul de frecare statică dintre roțile mașinii și suprafața planului este  $\mu$ , iar accelerația gravitațională  $g$ . Determinați:

- a) (0,6 p) expresia vitezei maxime a mașinuței, cu care aceasta poate descrie traiectoria circulară de rază  $r$ , dacă vagonul este în repaus, în funcție de  $\mu$ ,  $r$  și  $g$ ;
- b) (2,0 p) expresia vitezei maxime a mașinuței, cu care aceasta poate descrie traiectoria circulară de rază  $r$ , dacă vagonul se deplasează cu accelerația constantă  $|\vec{a}| = a$ , în plan orizontal, în funcție de  $\mu$ ,  $r$ ,  $a$  și  $g$ ;
- c) (4,0 p) expresia timpului minim necesar pentru ca mașinuța să parcurgă cu viteză constantă în modul, un cerc complet, pe podeaua înclinată cu unghiul  $\theta$  față de orizontală, a vagonului aflat în repaus (figura A), în funcție de  $r$ ,  $\theta$ ,  $\mu$  și  $g$ ;

- d) (3,4 p) expresia timpului minim necesar pentru ca mașinuța să parcurgă un cerc complet, în cazul în care podeaua vagonului este înclinată cu unghiul  $\theta$  față de orizontală, iar vagonul se deplasează cu o accelerație orizontală, constantă,  $a = g \tan \theta$ , orientată ca în figura B, în funcție de  $\theta$ ,  $\mu$ ,  $r$  și  $g$ .

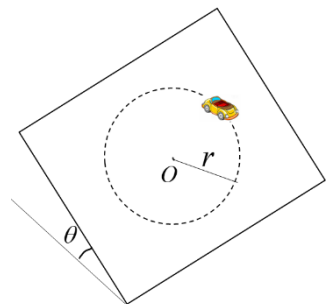


Figura A

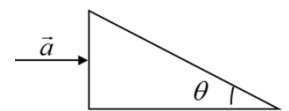
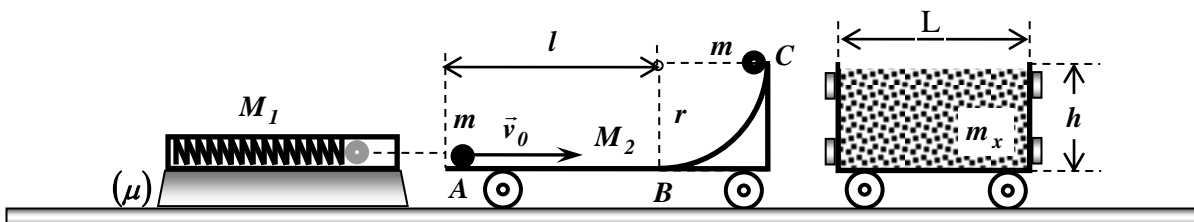


Figura B

**Subiectul III: Ciocniri variate**

**(10 puncte)**

Ivona și Nicușor, elevi în clasa a IX-a, își propun să studieze ciocnirea corpurilor folosind un dispozitiv experimental compus dintr-un lansator de proiectile, o platformă și un vagonet, aflate inițial în stare de repaus, pe o suprafață orizontală, ca în figura alăturată.



1. Fiecare dintre subiectele I, II, respectiv III se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final este suma acestora.



MINISTERUL EDUCAȚIEI  
Olimpiada Națională de Fizică  
Brașov 21-26 aprilie 2024  
Proba teoretică  
Clasa a IX-a



pagina 2 din 2

Lansatorul de proiectile (stânga imaginii) folosește energia elastică a unui resort comprimat, având constanta de elasticitate  $k = 2000 \text{ N/m}$ , pentru a lansa corpuri sferice identice cu masa  $m = 0,20 \text{ kg}$ , fiecare. Tubul lansatorului împreună cu suportul pe care acesta este fixat, are masa  $M_1 = 1,80 \text{ kg}$  și poate aluneca cu frecare pe suprafața orizontală, coeficientul de frecare la alunecare fiind  $\mu = 0,10$ .

Platforma de masă  $M_2 = 0,40 \text{ kg}$  este compusă dintr-o suprafață plană, orizontală și lucioasă,  $AB$ , de lungime  $\ell = 20 \text{ cm}$ , continuată cu o suprafață cilindrică lucioasă,  $BC$ , de rază  $r = \ell/2$ . În punctul  $C$  este așezat un corp țintă de formă sferică și de aceeași masă  $m$  cu a proiectilului, sprijinit pe un suport de forma unui inel fixat de platformă.

Vagonetul de masă  $m_x$ , având formă paralelipipedică de lungime  $L = 20 \text{ cm}$  și înălțime  $h = r$ , este umplut cu nisip (având rol de amortizare) și este prevăzut la capete cu tampoane elastice.

Trenurile de rulare ale platformei și vagonetului asigură mișcarea acestora fără frecare.

Pentru lansarea proiectilului din punctul  $A$ , situat la capătul platformei, resortul lansatorului este comprimat cu  $\Delta l = 0,10 \text{ m}$ .

Se consideră accelerația gravitațională  $g \cong 10 \text{ m/s}^2$  și se neglijează lucrul mecanic al forței de frecare efectuat la deplasarea lansatorului pe durata destinderii resortului.

**a) (2,8 p)** Calculați mărimea vitezei  $v_0$  a proiectilului lansat și distanța  $d$  parcursă de lansator până la oprire, măsurată din momentul în care proiectilul părăsește tubul de ghidare al acestuia.

**b) (1,4 p)** Justificați, folosind argumente energetice cantitative, neglijarea lucrului mecanic al forței de frecare efectuat la deplasarea lansatorului, pe durata destinderii resortului.

**c) (3,0 p)** Determinați valorile componentelor (orizontală, respectiv verticală) vectorului viteză cu care ținta plasată în punctul  $C$  se desprinde de platformă, după ce aceasta se ciocnește perfect plastic cu proiectilul lansat din punctul  $A$  (raza proiectilului este mai mică decât raza inelului folosit pentru sprijinirea corpului țintă).

În momentul imediat următor celui în care corpul țintă plasat în punctul  $C$  a suferit ciocnirea perfect plastică cu proiectilul, platforma se ciocnește perfect elastic cu vagonetul aflat în repaus, astfel că acesta începe să se miște.

**d) (1,6 p)** Determinați valorile maximă și minimă pe care trebuie să le aibă masa  $m_x$  a vagonetului, astfel încât corpul țintă, lansat din punctul  $C$ , în urma ciocnirii perfect plastice cu proiectilul, să cadă în vagonet.

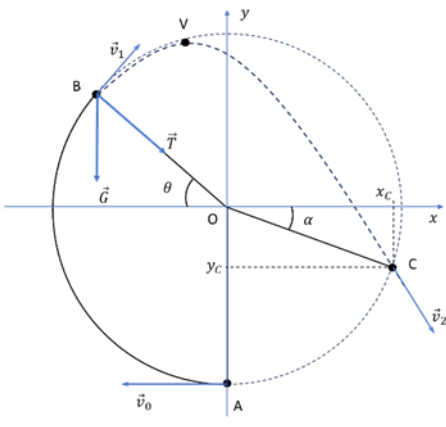
**e) (1,2 p)** Calculați valorile vitezei vagonetului imediat înainte și imediat după căderea corpului în nisipul din vagonet, în cazurile prezentate la punctul d).

*Subiecte propuse de:*

*prof. Constantin GAVRILĂ, Colegiul Național "Sfântul Sava", București*  
*prof. drd. Vitalie LUNGU, Colegiul Național "Emil Racoviță", Iași*  
*prof. dr. Leonaș DUMITRAȘCU, Liceul Teoretic "Mihail Kogălniceanu", Vaslui*  
*prof. dr. Daniel LAZĂR, Colegiul Național "Iancu de Hunedoara", Hunedoara*

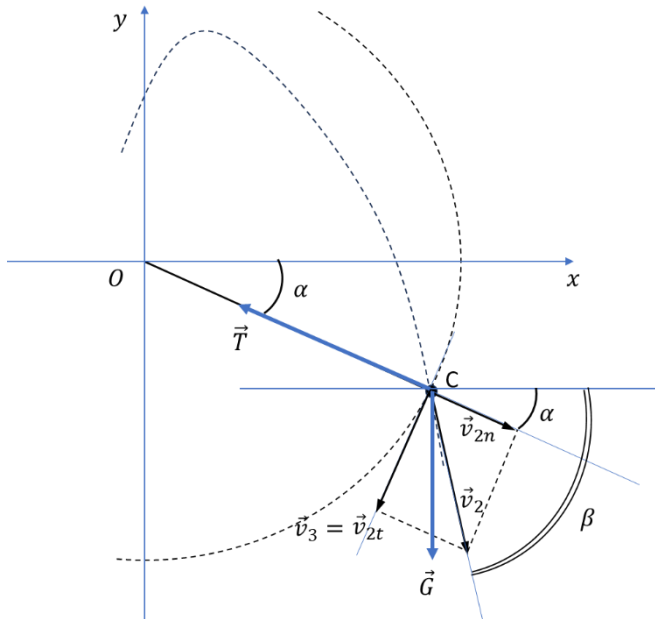
1. Fiecare dintre subiectele I, II, respectiv III se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final este suma acestora.

**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

	Parțial	Punctaj
<b>Barem subiectul I: Sistem buclucaș</b>		<b>10 p</b>
<b>a)</b>		
		<b>3p</b>
În B: $T + mg \sin \theta = \frac{mv_1^2}{l}$	<b>0,6p</b>	
Din condiția ca firul să slăbească $T = 0N$ , $v_1^2 = gl \sin \theta$	<b>0,4p</b>	
Din legea de conservare a energiei mecanice $\frac{mv_1^2}{2} + mgl(1 + \sin \theta) = \frac{mv_0^2}{2}$ rezultă că $\sin \theta = \frac{2}{3gl} \left( \frac{v_0^2}{2} - gl \right)$ , $\sin \theta \cong 0,81$ ( $\cos \theta \cong 0,59$ )	<b>0,6p</b>	
Atunci $v_1^2 = gl \sin \theta$ , de unde $v_1 = 2,0$ m/s	<b>0,4p</b>	
Din legea conservării energiei mecanice între A și V rezultă: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_{1x}^2}{2} + mgH$ , unde $v_{1x} = v_1 \sin \theta$	<b>0,6p</b>	
De aici $H = \frac{v_0^2 - v_1^2 \sin^2 \theta}{2g}$ , $H \cong 0,97m$	<b>0,4p</b>	
<b>b)</b> Bila se deplasează pe o traiectorie parabolică BC, până când intră din nou pe traiectoria circulară de rază $R = l$ .		
Legile de mișcare pe traiectoria parabolică: $\begin{cases} x(t) = x_B + v_{1x}t \\ y(t) = y_B + v_{1y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$	<b>1,p</b>	
unde $\begin{cases} x_B = -l \cos \theta, v_{1x} = v_1 \sin \theta \\ y_B = l \sin \theta, v_{1y} = v_1 \cos \theta \end{cases}$		
Condiția de reintrare pe cerc $x_C^2 + y_C^2 = l^2$	<b>0,4p</b>	<b>3p</b>
De aici: $l^2 \cos^2 \theta + v_1^2 t_1^2 \sin^2 \theta - 2lv_1 t_1 \sin \theta \cos \theta + l^2 \sin^2 \theta + v_1^2 t_1^2 \cos^2 \theta + \frac{1}{4}g^2 t_1^4 + 2lv_1 t_1 \sin \theta \cos \theta - lgt_1^2 \sin \theta - v_1gt_1^3 \cos \theta = l^2$ , de unde rezultă că $t_1 = 4 \frac{v_1}{g} \cos \theta$ , $t_1 \cong 0,48s$ .	<b>1,6p</b>	

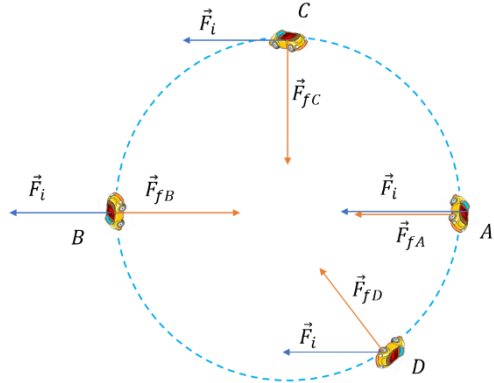
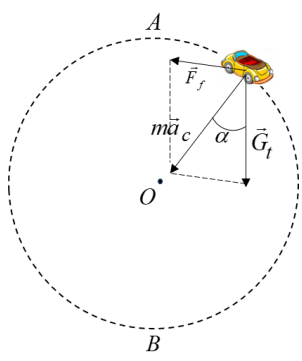
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

<p><b>c)</b> Firul este din nou întins în punctul C, care are coordonatele</p> $\begin{cases} x_C = -l \cos \theta + v_1 t_1 \sin \theta \\ y_C = l \sin \theta + v_1 t_1 \cos \theta - \frac{1}{2} g t_1^2, \text{ de unde } \begin{cases} x_C = l \cos \theta (4 \sin^2 \theta - 1) \\ y_C = l \sin \theta (1 - 4 \cos^2 \theta) \end{cases} \end{cases}$ <p>și în final <math>x_C \cong 0,47\text{m}</math> și <math>y_C \cong -0,16\text{m}</math>.</p>	<b>0,6p</b>	<b>1p</b>
<p>Din desen se constată: <math> \tan \alpha  = \frac{ y_C }{x_C}</math>, <math> \tan \alpha  = \frac{4 \cos^2 \theta - 1}{4 \sin^2 \theta - 1} \tan \theta</math>. <math> \tan \alpha  = 0,34</math> (<math>\alpha \cong 19^\circ</math>)</p>	<b>0,4p</b>	
<p><b>d)</b></p> 		<b>3p</b>
<p>În momentul în care bila este în punctul C, firul este întins. Firul fiind inextensibil, componenta vitezei în C, pe direcția firului, <math>\vec{v}_{2n}</math> se anulează, în condițiile problemei, iar bila pleacă cu <math>\vec{v}_3 = \vec{v}_{3t}</math>, unde <math> \vec{v}_{3t}  =  \vec{v}_{2t} </math>; prin urmare <math>v_3 = v_2 \sin(\beta - \alpha)</math>.</p>	<b>0,4p</b>	
<p>Din conservarea energiei mecanice între punctele A și C, <math>\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_C</math>, unde <math>h_C = l -  y_C </math>, <math>h_C = 0,34\text{ m}</math> rezultă că <math>v_2 = \sqrt{v_0^2 - 2gh_C}</math>, <math>v_2 \cong 3,9\text{m/s}</math>.</p>	<b>1p</b>	
<p><math>\cos \beta = \frac{v_1 \sin \theta}{v_2}</math>, <math>\cos \beta = 0,41</math>, deci <math>\beta \approx 66^\circ</math>, prin urmare <math>v_3 \cong 2,9\text{ m/s}</math>.</p>	<b>0,6p</b>	
<p>Din teorema de variație a impulsului rezultă că <math>(\vec{T}_r + \vec{G})\Delta t = \Delta \vec{p}</math>, iar pe direcția radială (a firului), <math>(T_r - mg \sin \alpha)\Delta t = mv_2 \cos(\beta - \alpha)</math> de unde <math>\Delta t = \frac{v_2 \cos(\beta - \alpha)}{g(6 - \sin \alpha)}</math>, <math>\Delta t \cong 50\text{ ms}</math></p>	<b>1p</b>	

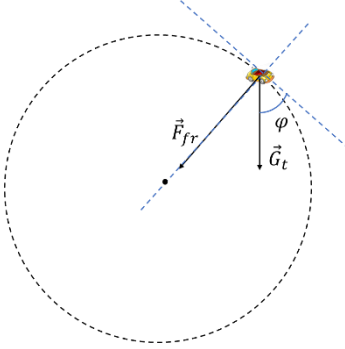
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

	Parțial	Punctaj
<b>Barem subiectul II: <i>Mașinuța rebelă</i></b>		<b>10 p</b>
a) Din condiția $\frac{mv^2}{r} \leq \mu mg$ , rezultă că $v_{max} = \sqrt{\mu rg}$	<b>0,6p</b>	<b>0,6p</b>
b) <div style="text-align: center;">  </div>		<b>2 p</b>
$\vec{F}_i + \vec{F}_f = \vec{F}_{cp}$	<b>0,4p</b>	
Pozițiile de interes sunt în A și B unde: $\frac{mv_A^2}{r} = \mu mg + ma$ , respectiv $\frac{mv_B^2}{r} = \mu mg - ma$	<b>0,8p</b>	
În punctul B, valoarea vitezei este cea mai mare dintre cele care pot menține mașinuța pe traiectoria circulară, fără să alunece. Atunci, viteza maximă cu care mașinuța poate descrie traiectoria circulară fără să alunece este $v_B = \sqrt{r(\mu g - a)}$ (viteza maximă cerută).	<b>0,8p</b>	
c) <b>varianta 1</b> <div style="text-align: center;">  </div>		<b>4p</b>
Asupra mașinuței acționează, în decursul mișcării, forța de frecare, greutatea și reacțiunea normală. $m\vec{a}_c = \vec{G} + \vec{F}_f + \vec{N}$	<b>0,4p</b>	
În punctul superior al traiectoriei (A) din planul mișcării: $m\vec{a}_c = G_t + F_{fA}$	<b>0,6p</b>	
În punctul inferior al traiectoriei (B): $m\vec{a}_c = F_{fB} - G_t$	<b>0,6p</b>	
Forța de frecare maximă este: $F_f = \mu N$ , unde $N = mg \cos \theta$ .	<b>0,6p</b>	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

<p>Forța centripetă își păstrează modulul, dar își schimbă orientarea, componenta tangențială a greutății are mereu aceeași orientare și același modul. Forța de frecare își schimbă atât orientarea, cât și modulul.</p> <p>Accelerația centripetă a mașinuței este: <math>a_c = \frac{v^2}{r}</math></p> <p>Se observă că forța de frecare maximă care acționează asupra mașinuței este în punctul B:  <math>F_{fB} = F_f, F_{fB} = ma_c + G_t</math></p>	<b>0,8p</b>	
<p>Pentru ca timpul de mișcare să fie minim, mașinuța trebuie să se miște cu viteza maximă posibilă. Dacă viteza mașinuței este mai mare decât viteza maximă, forța de frecare nu mai este suficientă ca să-i asigure mașinuței o mișcare pe o traiectorie circulară.</p> <p>Viteza mașinuței trebuie să respecte inegalitatea:</p> $m \frac{v^2}{r} \leq \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta$	<b>0,8p</b>	
De unde obținem $v_{max} = \sqrt{gr(\mu \cos \theta - \sin \theta)}$	<b>0,2p</b>	
Prin urmare, timpul minim este: $t_{min} = \frac{2\pi r}{v_{max}}, t_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g(\mu \cos \theta - \sin \theta)}}$ .	<b>0,6p</b>	
<p><b>c) varianta 2</b></p> 		<b>4p</b>
<p>Pentru ca timpul de mișcare să fie minim, mașinuța trebuie să se miște cu viteza maximă posibilă. Din desen rezultă, pe direcția radială: <math>\frac{mv^2}{r} = F_f + mg \sin \theta \sin \varphi, F_f \leq \mu N</math> pentru orice valoare a lui <math>\varphi</math>.</p>	<b>1,6p</b>	
$\frac{mv^2}{r} - mg \sin \theta \sin \varphi \leq F_{fr}$	<b>0,4p</b>	
Forța de frecare statică maximă este $F_{fr} = \mu N, N = mg \cos \theta$ deci $F_{fr} = \mu mg \cos \theta$	<b>0,6p</b>	
atunci $v^2 \leq gr(\mu \cos \theta + \sin \theta \sin \varphi)$	<b>0,4p</b>	
Viteza maximă permisă pentru ca mașinuța să nu derapeze în niciun punct al traiectoriei, corespunde valorii $\varphi = 180^\circ$	<b>0,2p</b>	
anume $v_{max} = \sqrt{gr(\mu \cos \theta - \sin \theta)}$	<b>0,2p</b>	
Prin urmare, timpul minim este: $t_{min} = \frac{2\pi r}{v_{max}}, t_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g(\mu \cos \theta - \sin \theta)}}$ .	<b>0,6p</b>	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

<p><b>d) varianta 1</b> În sistemul de referință neinertial, legat de planul înclinat, câmpul forțelor de inerție se suprapune peste câmpul gravitațional real, astfel încât câmpul gravitațional aparent are liniile de câmp orientate perpendicular pe suprafața planului înclinat. Accelerația gravitațională aparentă este:</p> $g_a = \sqrt{a^2 + g^2}, \quad g_a = g\sqrt{\tan^2\theta + 1}, \quad g_a = \frac{g}{\cos\theta}$	<b>1,2p</b>	<b>3,4p</b>
<p>Condiția de menținere pe traiectoria circulară este:</p> $F'_f \geq ma_c, \quad F'_f = \mu mg_a, \quad F'_f = \frac{\mu mg}{\cos\theta}$ $\frac{\mu mg}{\cos\theta} \geq \frac{mv'^2}{r}$	<b>1,2p</b>	
<p>De unde, rezultă viteza maximă a mașinuței</p> $v'_{max} = \sqrt{\frac{\mu gr}{\cos\theta}} \quad \text{Respectiv, timpul minim: } t'_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{r \cos\theta}{\mu g}}$	<b>1p</b>	
<p><b>d) varianta 2</b> În sistemul de referință neinertial, legat de planul înclinat, pe direcția normală la planul înclinat: <math>N = mg\cos\theta + masin\theta</math></p>	<b>0,6p</b>	<b>3,4p</b>
<p>Deoarece <math>a = g\tan\theta</math>, atunci <math>N = \frac{mg}{\cos\theta}</math></p>	<b>0,6p</b>	
$F_f = \frac{mv^2}{r}, \quad F_f \leq \mu N,$	<b>0,6p</b>	
$v_{max} = \sqrt{\frac{\mu gr}{\cos\theta}}$	<b>0,6p</b>	
$t_{min} = \frac{2\pi r}{v_{max}}, \quad t_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{r \cos\theta}{\mu g}}$	<b>1p</b>	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.



**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

	Parțial	Punctaj
<b>Barem subiectul III: Ciocniri variate</b>		<b>10 p</b>
<p><b>a) Neglijarea lucrului mecanic al forței de frecare efectuat la deplasarea lansatorului pe durata destinderii resortului, permite aplicarea legilor de conservare ale impulsului total și energiei mecanice pentru sistemul lansator de proiectile + proiectil + resort comprimat. Aceste legi conduc la sistemul de ecuații:</b></p> $\begin{cases} M_1 v = m v_0 \\ \frac{M_1 v^2}{2} + \frac{m v_0^2}{2} = \frac{k(\Delta l)^2}{2} \end{cases}$	<b>1,2p</b>	<b>2,8p</b>
<p>Prin rezolvarea sistemului se obține:</p> $v_0 = \Delta l \sqrt{\frac{k \cdot M_1}{m(M_1 + m)}} - \text{viteza proiectilului lansat}$ $v_0 \cong 9,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	<b>0,4p</b>	
<p>Distanța parcursă de lansator până la oprire se poate calcula cu ecuația lui Galilei sau cu teorema de variație a energiei cinetice scrise pentru mișcarea lansatorului fără proiectil.</p> $d = \frac{v^2}{2\mu g},$ $v = \Delta l \sqrt{\frac{k \cdot m}{M_1(M_1 + m)}} - \text{viteza mișcării de recul a lansatorului}$ <p>Se obține: <math>d = \frac{km(\Delta l)^2}{2\mu g M_1(M_1 + m)}, d \cong 56 \text{cm}</math></p>	<b>1,2p</b>	
<p><b>b) În starea “armat”, lansatorul de proiectile + proiectilul ce urmează a fi lansat, împreună cu centrul de masă al sistemului lansator de proiectile + proiectil, se află în stare de repaus. După acționarea declanșatorului, destinderea resortului are ca rezultat punerea în mișcare accelerată, în sensuri opuse, a lansatorului de proiectile și a proiectilului lansat (centrul de masă al sistemului rămâne în repaus). În ipoteza absenței frecărilor, la terminarea destinderii resortului, deplasările lansatorului (<math>\Delta l_1</math>) și a proiectilului (<math>\Delta l_2</math>) satisfac relațiile:</b></p> $\begin{cases} M_1 \Delta l_1 = m \Delta l_2 \\ \Delta l_1 + \Delta l_2 = \Delta l \end{cases}$ <p>Prin rezolvarea sistemului se obține: <math>\Delta l_1 = \frac{m}{M_1 + m} \Delta l</math> și <math>\Delta l_2 = \frac{M_1}{M_1 + m} \Delta l</math></p> <p>numeric: <math>\Delta l_1 = 0,010 \text{m}</math>, <math>\Delta l_2 = 0,090 \text{m}</math>.</p>	<b>0,6p</b>	<b>1,4p</b>
<p>Forța de frecare la alunecare ce acționează asupra sistemului lansator + proiectil pe durata destinderii resortului are mărimea:</p> $F_f = \mu(M_1 + m)g; F_f = 2,0 \text{N}$ <p>Lucrul mecanic al forței de frecare corespunzător deplasării sistemului lansator + proiectil este: <math>L_{F_f} = -\mu(M_1 + m)g\Delta l_1, L_{F_f} = -2,0 \cdot 10^{-2} \text{J}</math>.</p> <p>Căldura degajată prin frecare pe durata destinderii resortului este: <math>Q = -L_{F_f}, Q = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{J}</math></p>	<b>0,4p</b>	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

<p>Pe de altă parte, energia potențială a resortului deformat este:</p> $E_p = k \frac{(\Delta l)^2}{2}, E_p = 10 \text{ J}$ <p>Comparând căldura degajată prin frecare <math>Q = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ J}</math> cu energia potențială <math>E_p = 10 \text{ J}</math> rezultă: <math>Q/E_p = 2,0 \cdot 10^{-3} = 0,2\%</math> (valoare foarte mică).</p>	<b>0,2p</b>	
<p>În consecință: <math>m \frac{v_0^2}{2} + M_1 \frac{v^2}{2} - k \frac{(\Delta l)^2}{2} = -\mu(M_1 + m)g\Delta l_1, \mu(M_1 + m)g\Delta l_1 \cong 0</math> sau</p> $m \frac{v_0^2}{2} + M_1 \frac{v^2}{2} \cong k \frac{(\Delta l)^2}{2}$	<b>0,2p</b>	
<p><b>c)</b> Mărimile componentelor <math>\vec{v}_x</math> și <math>\vec{v}_y</math> aferente vitezei proiectilului imediat înainte de ciocnirea țintei plasate în punctul <math>C</math> se obține rezolvând sistemul de ecuații corespunzătoare legilor de conservare a impulsului și a energiei mecanice pentru sistemul proiectil - platformă:</p> $\begin{cases} mv_0 = (M_2 + 2m)v_x \\ \frac{mv_0^2}{2} = \frac{(M_2 + 2m)v_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} + mgr \end{cases}$	<b>1,4p</b>	
$v_x = \frac{mv_0}{M_2 + 2m}, v_x = \frac{m\Delta l}{M_2 + 2m} \sqrt{\frac{kM_1}{m(M_1 + m)}}, v_x \cong 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v_y = \sqrt{v_0^2 \frac{M_2 + m}{M_2 + 2m} - 2gr}, v_y = \sqrt{(\Delta l)^2 \frac{kM_1}{m(M_1 + m)} \frac{M_2 + m}{M_2 + 2m} - 2gr}, v_y \cong 8,10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	<b>1,2p</b>	<b>3p</b>
<p>În cazul ciocnirii perfect plastice proiectilul se mișcă împreună cu ținta. Datorită ciocnirii perfect plastice, componenta vitezei sistemului țintă + proiectil în direcția axei <math>Oy</math>, scade la jumătate din valoarea inițială <math>v_y</math>.</p> <p>Mărimile componentelor vitezei țintei și proiectilului sunt:</p> $v'_x = v_x = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ și } v'_y = \frac{v_y}{2} \cong 4,05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	<b>0,4p</b>	
<p><b>d)</b> Imediat după desprinderea de platformă a corpului format din proiectil+țintă, platforma are masa egală cu <math>M_2</math> și se deplasează cu viteza <math>v'_x</math> spre vagonetul de masă <math>m_x</math> aflat în stare de repaus, pe care îl ciocnește perfect elastic.</p> <p>Viteza vagonetului după ciocnirea perfect elastică este dată de relația:</p> $u_2 = 2 \frac{M_2 v'_x}{M_2 + m_x}$ <p>Durata de mișcare a țintei până la căderea în vagonet este:</p> $\Delta t = 2 \cdot t_u, \Delta t = 2 \cdot \frac{v'_y}{g}$ <p>Bătaia aruncării corespunzătoare corpului țintă lansat de pe platformă este:</p> $x_b = v'_x \cdot \Delta t, x_b = 2 \cdot \frac{v'_x v'_y}{g}, x_b \cong 1,92 \text{ m}$	<b>0,8p</b>	<b>1,6p</b>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

<p>Pentru a cădea în vagonet viteza acestuia trebuie să satisfacă condițiile:</p> $\begin{cases} u_2 \cdot \Delta t + L \geq x_b \\ u_2 \cdot \Delta t \leq x_b \end{cases} . \text{ Se obține: } \begin{cases} m_{x\max} = M_2 \left( \frac{x_b + L}{x_b - L} \right), \text{ numeric: } \begin{cases} m_{x\max} \cong 0,49\text{kg} \\ m_{x\min} = 0,40\text{kg} \end{cases} \\ m_{x\min} = M_2 \end{cases}$	<b>0,8p</b>	
<p><b>e)</b> Căderea corpului în vagonet reprezintă o ciocnire perfect plastică.          Înainte de ciocnire, corpul format din proiectil + țintă lansat din punctul <math>C</math> are masa <math>2m</math> și componenta orizontală a vitezei <math>v_x</math>, iar vagonetul are masa <math>m_x</math> și viteza dată de relația :</p> $u_2 = 2 \frac{M_2 \cdot v_x}{M_2 + m_x} .$ <p>Viteza vagonetului după ciocnire este:</p> $u'_2 = \frac{2m \cdot v_x + m_x \cdot u_2}{2m + m_x} .$	<b>0,8p</b>	<b>1,2p</b>
<p>Pentru <math>m_{x\max} = 0,49\text{kg}</math> și <math>v_x = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}}</math> rezultă:</p> $u_2 = 2,13 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ și } u'_2 = 2,24 \frac{\text{m}}{\text{s}} .$ <p>Pentru <math>m_{x\min} = 0,40\text{kg}</math> și <math>v_x = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}}</math> se obține:</p> $u_2 = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ și } u'_2 = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}} .$	<b>0,4p</b>	

*Baremele au fost propuse de:*

*prof. Constantin GAVRILĂ, Colegiul Național "Sfântul Sava", București*

*prof. drd. Vitalie LUNGU, Colegiul Național "Emil Racoviță", Iași*

*prof. dr. Leonaș DUMITRAȘCU, Liceul Teoretic "Mihail Kogălniceanu", Vaslui*

*prof. dr. Daniel LAZĂR, Colegiul Național "Iancu de Hunedoara", Hunedoara*

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.