**Examenul național de bacalaureat 2024**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_mate-info***
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**
**Simulare județeană – 23 aprilie 2024**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică***

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin înpărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $x-1, 2x+1, 5x-7$ în progresie arimetică $\Leftrightarrow 2x+1=\frac{x-1+5x-7}{2}$ | **3p** |
| | $4x+2=6x-8 \Leftrightarrow x=5$ | **2p** |
| **2.** | $G_f \cap Ox$ în două puncte distincte $\Leftrightarrow \Delta > 0$ | **2p** |
| | $m^2-4>0 \Leftrightarrow m \in (-\infty,-2) \cup (2,+\infty)$ | **3p** |
| **3.** | Condiții de existență și $log_3 \frac{x}{2x+3}=-1$ | **3p** |
| | $\frac{x}{2x+3}=3^{-1} \Leftrightarrow x=3$ care convine. | **2p** |
| **4.** | Numărul tuturor submulțimilor, adică numărul cazurilor posibile este: $c_p=2^6=64$, | **3p** |
| | Numărul cazurilor favorabile este: $c_f=C_6^0+C_6^1+C_6^2=22$ | |
| | $P=\frac{c_f}{c_p}=\frac{11}{32}$ | **2p** |
| **5.** | Dacă M mijlocul lui BC atunci M(1,4) | **2p** |
| | $m_{AM}=\frac{y_M-y_A}{x_M-x_A}=1 \Rightarrow d: y-y_A=m_{AM}(x-x_A) \Leftrightarrow y=x+3$ | **3p** |
| **6.** | Din teorema sinusului $\frac{AC}{\sin B}=2R$ deci $R=\frac{\sqrt{2}}{2sin\frac{3\pi}{4}}$ | **2p** |
| | $\sin\frac{3\pi}{4}=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ de unde R=1 | **3p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | Det(A(1))=$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ | **2p** |
| | Det(A(1))= -4+0+0+6-0-0=2 | **3p** |
| **b)** | Rang A(x)=3 dacă și numai dacă Det(A(x))$\neq 0$. $DetA(x)=1+x$ | **3p** |
| | $1+x \neq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}-\{-1\}$ | **2p** |
| **c)** | Se arată că A(x)A(a)=A(a)A(x)=A(x+a+xa) și cerința devine echivalentă cu (x+1)(a+1) = -3, $x, a \in \mathbb{Z}$ | **3p** |
| | x+1=-1 și a+1=3 sau x+1=1și a+1=-3 sau x+1=3 și a+1=-1 sau x+1=-3și a+1=1 de unde $(x,a) \in \{(2,-2),(-2,2),(0,-4),(-4,0)\}$ | **2p** |

| | | |
|---|---|---|
| **2.a)** | $\frac{1}{2} * \frac{1}{3} = \frac{4\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+4}$ <br> $= \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$ | **3p** <br> **2p** |
| **b)** | $f(x*y) = \frac{2+\frac{4(x+y)}{xy+4}}{2-\frac{4(x+y)}{xy+4}} = \frac{2xy+4x+4y+8}{2xy-4x-4y+8} =$ <br> $= \frac{xy+2x+2y+4}{xy-2x-2y+4} = \frac{2+x}{2-x}\cdot\frac{2+y}{2-y} = f(x)\cdot f(y), unde\ x, y \in G$ | **3p** <br> **2p** |
| **c)** | $f$ injectivă, egalitatea este echivalentă cu $f\left(1 * \frac{1}{2} * \ldots * \frac{1}{30}\right) = f(\frac{60}{31})$ <br> $f\left(1 * \frac{1}{2} * \ldots * \frac{1}{30}\right) = f(1)\cdot f\left(\frac{1}{2}\right)\cdot \ldots \cdot f\left(\frac{1}{30}\right) = \frac{3}{1}\cdot\frac{5}{3}\cdot\ldots\cdot\frac{61}{59} = 61\ și\ f\left(\frac{60}{31}\right) = 61$ | **2p** <br> **3p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}e^{\frac{1}{x-2}} - \frac{1}{(x+1)\cdot(x-2)}e^{\frac{1}{x-2}} =$ <br> $= \frac{2x-7}{(x-2)\cdot(x+1)^2}\ e^{\frac{1}{x-2}}$ . | **3p** <br> **2p** |
| **b)** | Cum $f(0) = -\frac{2}{\sqrt{e}}$, graficul funcției intersectează axa Oy în punctul $A(0, -\frac{2}{\sqrt{e}})$ <br> $f'(0) = \frac{7}{2\sqrt{e}}$, ecuația tangentei este $7x - 2\sqrt{e}y - 4 = 0$ . | **2p** <br> **3p** |
| **c)** | $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$ ; <br> pentru orice $x \in (2, \frac{7}{2})$, $f'(x) < 0 \Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(2, \frac{7}{2})$; pentru orice $x \in (\frac{7}{2}, +\infty)$, $f'(x) > 0 \Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(\frac{7}{2}, +\infty)$ ; | **3p** |
| | $\lim\limits_{x \searrow 2} f(x) = +\infty, f(\frac{7}{2}) = \frac{\sqrt[3]{e^2}}{3}, \lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 1$ și, cum $f$ este continuă, obținem că ecuația $f(x) = m$ are exact două soluții pe intervalul $(2, +\infty)$ pentru orice $m \in \left(\frac{\sqrt[3]{e^2}}{3}, 1\right)$. | **2p** |
| **2.a)** | $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx = \int_1^2 \frac{1-x^2}{x}dx = \int_1^2 (\frac{1}{x} - x)dx = \int_1^2 \frac{1}{x}dx - \int_1^2 x\,dx = lnx/_1^2 - \frac{x^2}{2}/_1^2$ <br> I$=ln2 - ln1 - \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = ln2 - \frac{3}{2}$ | **3p** <br> **2p** |
| **b)** | Fie $F$ o primitivă a lui $f$. $F$ este derivabilă și $F'(x) = f(x)$ <br> $F"(x) = f'(x) = -2x < 0, \forall x \in (0, +\infty)$. Deci $F$ este concavă pe intervalul indicat $(0, +\infty)$ | **2p** <br> **3p** |
| **c)** | $I_{n+1} = \int_0^1 (1-x^2)^{n+1}dx = \int_0^1 x'(1-x^2)^{n+1}dx = x(1-x^2)^{n+1}/_0^1 - 2(n+1)\int_0^1 -x^2(1-x^2)^n dx$ <br> $= -2(n+1)\int_0^1 (1-x^2-1)(1-x^2)^n dx = -2(n+1)\int_0^1 (1-x^2-1)(1-x^2)^n dx$ <br> $= -2(n+1)(I_{n+1} - I_n)$ <br> $I_{n+1} = -2(n+1)I_{n+1} + 2(n+1)I_n\ de\ unde\ (2n+3)I_{n+1} = 2(n+1)I_n$ | **3p** <br> **2p** |