

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Simulare județeană – 23 aprilie 2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numărul real x astfel încât numerele $x - 1, 2x + 1, 5x - 7$ să fie în progresie aritmetică.
- 5p 2. Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + mx + 1$, intersectează axa Ox în două puncte distincte.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3 x - \log_3(2x + 3) + 1 = 0$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea, ca alegând o submulțime din mulțimea submulțimilor mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ aceasta să aibă cel mult două elemente.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 2), B(1, 0)$ și $C(1, 8)$. Scrieți ecuația medianei din A a triunghiului ABC .
- 5p 6. Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC , știind că $B = \frac{3\pi}{4}$ și $AC = \sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Fie matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 + 3x & 0 & 6x \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & 0 & 1 - 2x \end{pmatrix}$, unde $x \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Calculați $\det A(1)$.
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui x pentru care $\text{rang } A(x) = 3$.
- 5p c) Determinați perechile de numere întregi (x, a) pentru care $A(x) \cdot A(a) = A(a) \cdot A(x) = A(-4)$.
2. Pe mulțimea $G = (-2, 2)$ se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \frac{4(x+y)}{xy+4}$.
- 5p a) Arătați că $\frac{1}{2} * \frac{1}{3} = \frac{4}{5}$.
- 5p b) Se consideră funcția injectivă $f: G \rightarrow (0, \infty), f(x) = \frac{2+x}{2-x}$. Demonstrați că $f(x * y) = f(x) \cdot f(y)$, pentru orice $x, y \in G$.
- 5p c) Arătați $1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{30} = \frac{60}{31}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x-2}{x+1} \cdot e^{\frac{1}{x-2}}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{2x-7}{(x+1)^2 \cdot (x-2)} \cdot e^{\frac{1}{x-2}}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției f intersectează axa Oy .
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui m pentru care ecuația $f(x) = m$ are două soluții reale distincte pentru $x \in (2, +\infty)$.
2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - x^2$
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \ln 2 - \frac{3}{2}$
- 5p b) Arătați că orice primitivă a funcției date este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$.
- 5p c) Pentru orice n număr natural se definește șirul $I_n = \int_0^1 (1 - x^2)^n dx$. Demonstrați că $(2n + 3)I_{n+1} = 2(n + 1)I_n$, pentru orice număr natural n .