

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*
Simulare județeană – 23 aprilie 2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numerele reale a și b , știind că $(2 - i)^2 = a + bi$ și $i^2 = -1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + m$, unde m este număr real. Determinați numerele reale m pentru care vârful parabolei asociate funcției f are coordonatele egale.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 28$.
- 5p 4. Se consideră mulțimea $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Determinați numărul tripletelor (a, b, c) cu proprietatea că $a, b, c \in M$ și $a < b < c$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(-2, 1)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și are panta egală cu 3.
- 5p 6. Determinați $x \in [0, \pi]$ pentru care $\sin x + \cos^2 x = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 2 \\ 2 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Calculați $\det(A(3))$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $A(x) \cdot A(-x) = 4 \cdot I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Arătați că $\det(A(1) + A(2) + \dots + A(n)) = \frac{n^2(n-3)(n+5)}{4}$, pentru orice număr natural nenul n .
2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x * y = xy - 7x - 7y + 56$.
- 5p a) Arătați că $8 * (-8) = -8$.
- 5p b) Determinați numărul întreg x pentru care $2 * \sqrt[3]{x} = 27$.
- 5p c) Determinați elementele simetrizabile în raport cu legea de compoziție „*”.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 4}{x^2}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Determinați mulțimea valorilor funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln(x^2 + 1)$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^{e} \frac{\ln(x^2+1)}{f(x)} dx = 1$.
- 5p b) Determinați primitiva $G: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = e^{-\frac{f(x)}{x}}$, știind că $G(1) = \frac{\pi}{2}$.
- 5p c) Determinați $a \in (1, +\infty)$, știind că $\int_0^{\sqrt{a-1}} f(x) dx = \frac{1}{2}$.