Examenul naţional de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Simulare județeană 14.05.2024

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$\frac{\lg 50}{3\lg\sqrt[3]{5}+1}=\frac{\lg 5+\lg 10}{\lg\left(\sqrt[3]{5}\right)^3+1}=$	**3p**
	$=\frac{\lg 5+1}{\lg 5+1}=1$	**2p**
2.	Coordonatele vârfului sunt: $x_V=\frac{1}{2m}, y_V=\frac{12m-1}{4m}$	**2p**
	Cum coordonatele vârfului parabolei verifică ecuația $x+2y-6=0\Rightarrow m\in\mathbb{R}^*$	**3p**
3.	Ecuația se scrie $\sqrt{\left(\sqrt{x+1}-3\right)^2}=1\Leftrightarrow\left\|\sqrt{x+1}-3\right\|=1$, de unde $\sqrt{x+1}=4$ sau $\sqrt{x+1}=2$	**3p**
	Se obțin soluțiile $x=15$ și $x=3$, care convin	**2p**
4.	Sunt 15 numere de două cifre divizibile cu 6, din care 8 sunt divizibile cu 4, deci sunt 7 cazuri favorabile	**3p**
	Sunt 90 de numere de două cifre, deci 90 cazuri posibile. Probabilitatea este $\frac{7}{90}$	**2p**
5.	Simetricul punctului A față de origine este punctul $A'(-1,2)$	**2p**
	Cum $m_{OA}=-2$, dreapta perpendiculară are panta $m=\frac{1}{2}$ și ecuația este $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$	**3p**
6.	$\cos A=\frac{AC^2+AB^2-BC^2}{2AC\cdot AB}=-\frac{\sqrt{6}}{3}$	**3p**
	$\sin A=\sqrt{1-\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.a)	$A(0)=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	**2p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

	$\det A(0)=\begin{vmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{vmatrix}=1+0+0-0-0-0=1$	3p
b)	$A(x)\cdot A(y)=\begin{pmatrix}1-x&x&0\\x&1-x&0\\0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1-y&y&0\\y&1-y&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-x-y+2xy&x+y-2xy&0\\x+y-2xy&1-x-y+2xy&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	3p
	$A(x+y-2xy)=A\left(-2\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}\right)$, pentru orice numere reale x,y.	2p
c)	Dacă inversa matricei $A(m)$ este $A(p)\Rightarrow$ $A(m)A(p)=A\left(-2\left(m-\frac{1}{2}\right)\left(p-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}\right)=A(p)A(m)=I_3=A(0)$	2p
	$A(p)=A\left(\frac{m}{2m-1}\right)$, dar $m,p\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=0$ sau $m=1$, care convin	3p
2.a)	$f(0)=1,\ f\left(-\frac{1}{3}\right)=0$	3p
	$f(0)+f\left(-\frac{1}{3}\right)=1$	2p
b)	$f=\left[(3X+1)(4X-1)\right]^{2024}$	3p
	$f=(3X+1)^{2024}(4X-1)^{2024}:(4X-1)^{1012}$	2p
c)	Folosind teorema împărțirii cu rest avem $f=X(4X-1)\cdot q+aX+b,a,b\in\mathbb{R}$	2p
	Din $f(0)=b=1,\ f\left(\frac{1}{4}\right)=0=\frac{1}{4}a+b$ se obține restul $-4X+1$	3p

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(\frac{x-1}{x}\right)'\cdot\ln\frac{x-1}{x}+\frac{x-1}{x}\cdot\left(\ln\frac{x-1}{x}\right)'=$	2p
	$=\frac{1}{x^2}\ln\frac{x-1}{x}+\frac{1}{x^2}=\frac{\ln(x-1)-\ln x+1}{x^2}$	3p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-1}{x}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\left(\ln\frac{x-1}{x}\right)=1\cdot\ln 1=0$	3p
	$y=0$ este ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f	2p
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{e}{e-1}\in(1,+\infty)$, f descrescătoare pe $\left(1,\frac{e}{e-1}\right]$ și crescătoare pe $\left[\frac{e}{e-1},\infty\right)$, iar $\min f(x)=\frac{-1}{e}$	2p

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

	Cum funcția f este continuă pe $(1,+\infty)$, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=0$, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$, $f(x)\in\left(\frac{-1}{e},0\right)$ și $\left(\frac{-1}{e},0\right)\cap\mathbb{Z}=\varnothing$, ecuația $f(x)=m$ nu are soluții reale pentru niciun număr întreg m	**3p**
2.a)	$x^2+x+1\geq 7\Rightarrow \frac{1}{x^2+x+1}\leq\frac{1}{7}$	**2p**
	$\int\limits_2^9 f(x)dx\leq\frac{1}{7}x\Big\|_2^9=1$	**3p**
b)	Cum F este o primitivă a funcției $f\Rightarrow F'=f>0$ pentru orice număr real x, deci orice primitivă F a lui f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.	**3p**
	Cum $e<3\Rightarrow F(e)<F(3)$.	**2p**
c)	$\int\limits_0^1 xf(x)dx=\frac{1}{2}\left(\int\limits_0^1\frac{2x+1}{x^2+x+1}dx-\int\limits_0^1\frac{1}{x^2+x+1}dx\right)=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+x+1\right)\Big\|_0^1-\frac{1}{2}\int\limits_0^1\frac{1}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}dx$	**3p**
	$=\frac{1}{2}\ln 3-\frac{1}{\sqrt{3}}\left(arctg\sqrt{3}-arctg\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{1}{2}\ln 3-\frac{1}{18}\pi\sqrt{3}$	**2p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro