Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$q=\frac{b_4}{b_3}=2$, unde q este rația progresiei geometrice	**2p**
	$b_1=\frac{b_3}{q^2}$, deci $b_1=\frac{40}{4}=10$	**3p**
2.	$f(x)=0$ are două soluții reale distincte, deci $4-4m>0$	**3p**
	$m\in(-\infty,1)$	**2p**
3.	$3^x+6\cdot 3^x=63$, deci $3^x=9$	**3p**
	$x=2$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	Cum $10^2\le n^2\le 31^2$, obținem 22 de cazuri favorabile, deci $p=\frac{22}{90}=\frac{11}{45}$	**3p**
5.	$\overrightarrow{CB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{AB}=6\vec{i}+2\vec{j}$	**3p**
	$\overrightarrow{OD}=3\vec{i}+\vec{j}$, deci punctul D are coordonatele $(3,1)$	**2p**
6.	$DC=8$, $BD=6$	**3p**
	$BC=14$ și $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{BC\cdot AD}{2}=\frac{14\cdot 8}{2}=56$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(0)=\begin{pmatrix}0&1&0\\3&1&-2\\1&-3&0\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(0))=\begin{vmatrix}0&1&0\\3&1&-2\\1&-3&0\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0-2+0-0-0-0=-2$	**3p**
b)	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}a&1&-a\\3&1&-2\\1&-3&a\end{vmatrix}=a^2+a-2$, pentru orice număr real a	**2p**
	$\det(A(a))=0\Leftrightarrow a=-2$ sau $a=1$, deci sistemul de ecuații are soluție unică dacă și numai dacă $a\in\mathbb{R}\setminus\{-2,1\}$	**3p**
c)	Pentru $a=1$, soluțiile sistemului de ecuații sunt $(\alpha,\alpha+1,2\alpha)$, cu $\alpha\in\mathbb{C}$	**2p**
	$\alpha_1+1=\alpha_2$ și $2\alpha_1=\alpha_2+1$, de unde obținem $\alpha_1=2$ și $\alpha_2=3$, deci soluțiile sunt $(2,3,4)$ și $(3,4,6)$	**3p**

2.a)	$1 * 4 = \sqrt{1 \cdot 4} + \dfrac{1}{\sqrt{1 \cdot 4}} + \dfrac{1+4}{2} - 2 =$	**3p**
	$= 2 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{5}{2} - 2 = 3$	**2p**
b)	$x * x = \dfrac{2x^2 - 2x + 1}{x}$, pentru orice $x \in M$	**2p**
	$\dfrac{2x^2 - 2x + 1}{x} = 1$, deci $2x^2 - 3x + 1 = 0$, de unde obținem $x = \dfrac{1}{2}$ sau $x = 1$, care convin	**3p**
c)	$x * y = \dfrac{\left(\sqrt{xy} - 1\right)^2}{\sqrt{xy}} + \dfrac{x+y}{2} \geq \dfrac{x+y}{2}$, pentru orice $x, y \in M$	**3p**
	Pentru $x, y \in [1, +\infty)$, rezultă $\dfrac{x+y}{2} \geq 1$, deci $x * y \in [1, +\infty)$, de unde obținem că $[1, +\infty)$ este parte stabilă a mulțimii M în raport cu legea de compoziție „$*$”	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \dfrac{2(x+2) - (2x-2)}{(x+2)^2} + \dfrac{x}{x+2} \cdot \dfrac{x - (x+2)}{x^2} =$	**3p**
	$= \dfrac{6}{(x+2)^2} - \dfrac{2}{x(x+2)} = \dfrac{4(x-1)}{x(x+2)^2}$, $x \in (0, +\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{2x-2}{x+2} + \ln \dfrac{x+2}{x} \right) = 2 + 0 = 2$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y = 2$ este asimptota orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**2p**
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$; pentru orice $x \in (0, 1]$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $(0, 1]$ și, pentru orice $x \in [1, +\infty)$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[1, +\infty)$	**2p**
	$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = +\infty$, $f(1) = \ln 3$, f este continuă și, cum $1 < \ln 3 < 2$, obținem $n = 0$ sau $n = 1$	**3p**
2.a)	$\displaystyle\int_{-1}^{2} \left(2x^2 + 1\right) f(x)\,dx = \int_{-1}^{2} x^2\,dx = \left.\dfrac{x^3}{3}\right\vert_{-1}^{2} =$	**3p**
	$= \dfrac{8}{3} - \left(-\dfrac{1}{3}\right) = 3$	**2p**
b)	$\displaystyle\int_0^2 \sqrt{f(x)}\,dx = \int_0^2 \dfrac{x}{\sqrt{2x^2+1}}\,dx = \dfrac{1}{2} \int_0^2 \dfrac{\left(2x^2+1\right)'}{2\sqrt{2x^2+1}}\,dx = \left.\dfrac{1}{2}\sqrt{2x^2+1}\right\vert_0^2 =$	**3p**
	$= \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2} = 1$	**2p**
c)	$I_n = \displaystyle\int_0^1 x^n \left(2 + e^{-x}\right) dx$, $(n+1) I_n - I_{n+1} = \displaystyle\int_0^1 \left((n+1)x^n - x^{n+1}\right)\left(2 + e^{-x}\right) dx =$	**2p**
	$= \left.2x^{n+1}\right\vert_0^1 - \left.\dfrac{2x^{n+2}}{n+2}\right\vert_0^1 + \displaystyle\int_0^1 \left(x^{n+1} e^{-x}\right)' dx = 2 - \dfrac{2}{n+2} + \left.x^{n+1} e^{-x}\right\vert_0^1 = \dfrac{2(n+1)}{n+2} + \dfrac{1}{e}$, pentru orice număr natural nenul n	**3p**