MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII | SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA | INSPECTORATUL ŞCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „A. HAIMOVICI”
– ETAPA LOCALĂ, 08.02.2025 -

CLASA a XI-a
SECȚIUNEA H1 – Filiera tehnologică – toate profilurile

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

Subiectul 1

În mulțimea $M_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3p **a)** Determinați numerele $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\det\left(B \cdot A(a) \cdot B^{-1}\right)=\det\left(A\left(a^3\right)\right)$.

4p **b)** Dacă $C=B \cdot A(3) \cdot B^{-1}$, arătați că suma elementelor matricei C^{20} este un număr natural par.

Subiectul 2

Se consideră determinantul $D(x)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -4 & x \\ 4 & 16 & x^2 \end{vmatrix}$, unde $x \in \mathbb{R}$.

3p **a)** Determinați $x \in \mathbb{R}$ pentru care $D\left(2^x\right)=0$.

4p **b)** Determinați numărul real x pentru care $D(x)$ are valoare maximă.

Subiectul 3

Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x)=\begin{cases} \sqrt{4x^2-3ax}, x<1 \\ \dfrac{x^2-a}{3x}+1, x \geq 1 \end{cases}$, unde a este un număr real.

3p **a)** Determinați numerele reale a pentru care funcția are limită în $x_0=1$.

4p **b)** Pentru $a=1$, determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f și arătați că această dreaptă este paralelă cu dreapta de ecuație $x-3y+2025=0$.

Subiectul 4

Se consideră limitele $l_k=\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sin\left(x^2+x(k-1)-k\right)}{x-1}$ și $L=\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x-1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}$, $k \in \mathbb{N}^*$.

3p **a)** Arătați că $l_1<L$.

4p **b)** Determinați $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $l_1+l_2+...+l_n=209$.