CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „A. HAIMOVICI”
– ETAPA LOCALĂ, 08.02.2025 -

CLASA a IX-a
SECȚIUNEA H1 – Filiera tehnologică – toate profilurile

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

Subiectul 1

Se consideră dreptunghiul $ABCD$ cu proprietatea că $AB = 2AD$ și $AD = \sqrt{5}$. Pe latura AB se consideră punctul E astfel încât $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{AE}$, iar pe AC se consideră punctul F astfel ca $\overrightarrow{FC} = 4\overrightarrow{AF}$.

4p **a)** Determinați numărul real $a = \left|\overrightarrow{AF}\right| + \left|\overrightarrow{FE} - \overrightarrow{AE}\right|$.

3p **b)** Arătați că vectorii $\overrightarrow{DF}$ și $\overrightarrow{DE}$ sunt coliniari.

Subiectul 2

Populaţia periferiei unui municipiu creşte cu 7% pe an, în timp ce populaţia rezidentă în centrul aceluiaşi municipiu scade cu 4% pe an. În luna ianuarie 2025, în fiecare din cele două zone sunt câte 30000 de locuitori. Pentru n natural, se notează cu b_n şi respectiv cu c_n numărul de locuitori de la periferia şi respectiv din centrul municipiului din anul $2025 + n$.

2p **a)** Calculaţi b_1 şi c_1 (numerele de locuitori din 2026).

2p **b)** Exprimaţi b_{n+1} în funcţie de b_n şi c_{n+1} în funcţie de c_n.

3p **c)** Exprimaţi în funcţie de n numerele de locuitori b_n şi c_n din anul 2025+n.

Subiectul 3

Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţiile:

4p **a)** $|x + 2025| = |x - 2025|$;

3p **b)** $|x - 2| + |x^2 - 4| + |x^3 - 8| = 0$.

Subiectul 4

Demonstrați egalitatea următoare, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$:

7p $$1 + 2(1+2) + 3(1+2+3) + \ldots + n(1+2+\ldots+n) = \frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{24}.$$