Examenul naţional de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model aprilie 2026

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$\log_2 3\cdot\log_3 4=\log_2 3\cdot\left(2\log_3 2\right)=2$	**3p**
	$\left(\sqrt{2}\right)^2=2$, deci numerele $\log_2 3,\sqrt{2}$ și $\log_3 4$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice	**2p**
2.	$f(x)=0\Rightarrow x_1=4-\sqrt{3}$ şi $x_2=4+\sqrt{3}$, deci $f\left(4+\sqrt{3}\right)=0$	**3p**
	Atunci $f\left(\sqrt{3}\right)\cdot f\left(1+\sqrt{3}\right)\cdot\ldots\cdot f\left(4+\sqrt{3}\right)\cdot f\left(5+\sqrt{3}\right)=0$	**2p**
3.	$2\cdot 5^x-\dfrac{5}{5^x}=-3\Leftrightarrow 2\cdot 5^{2x}+3\cdot 5^x-5=0$ și notând $t=5^x$ se obțin soluțiile $t_1=1$ care convine și $t_2=-\dfrac{5}{2}$ care nu convine	**3p**
	Deci $5^x=1\Rightarrow x=0$	**2p**
4.	Numărul submulțimilor cu 5 elemente ale mulțimii A, care conțin exact 3 numere pare este egal cu $C_4^3\cdot C_3^2=$	**3p**
	$=\dfrac{4!}{3!\cdot 2!}\cdot\dfrac{3!}{2!\cdot 1!}=4\cdot 3=12$	**2p**
5.	$\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CA}\Leftrightarrow\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}$	**3p**
	$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$, deci $ABCD$ este paralelogram	**2p**
6.	$b=\dfrac{\pi}{6}-a$, deci $2\sin b=2\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-a\right)=$	**2p**
	$=2\left(\dfrac{1}{2}\cos a-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin a\right)=\cos a-\sqrt{3}\sin a$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.a)	$A(-1)=\begin{pmatrix}0&-1&0\\-1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(-1)\right)=\begin{vmatrix}0&-1&0\\-1&0&0\\0&0&1\end{vmatrix}=$	**2p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

	$=0+0+0-0-0-1=-1$	3p
b)	$A(a)\cdot A(b)=\begin{pmatrix}1+a & a & 0\\ a & 1+a & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1+b & b & 0\\ b & 1+b & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix}1+a+b+ab+ab & b+ab+a+ab & 0\\ a+ab+b+ab & ab+1+a+b+ab & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=$	3p
	$=\begin{pmatrix}1+a+b+2ab & a+b+2ab & 0\\ a+b+2ab & 1+a+b+2ab & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=A(a+b+2ab)$ pentru orice numere reale a și b	2p
c)	$A(a)\cdot A(b)=A(a+b+2ab)=A\left(2\left(a+\frac{1}{2}\right)\left(b+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\right)$ $A(a)\cdot A(b)\cdot A(c)=A\left(2\left(a+\frac{1}{2}\right)\left(b+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\right)\cdot A(c)=A\left(4\left(a+\frac{1}{2}\right)\left(b+\frac{1}{2}\right)\left(c+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\right)$, pentru orice a, b, c numere reale	3p
	$\Rightarrow 4\left(a+\frac{1}{2}\right)\left(b+\frac{1}{2}\right)\left(c+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow \left(a+\frac{1}{2}\right)\left(b+\frac{1}{2}\right)\left(c+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8} \Leftrightarrow$ $(2a+1)(2b+1)(2c+1)=1$	2p
2.a)	$f(1)=1^3-6\cdot 1^2+12\cdot 1-7=$	2p
	$=1-6+12-7=0$	3p
b)	$x_1+x_2+x_3=6; x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=12$	2p
	$(x_1-2)^2+(x_2-2)^2+(x_3-2)^2=x_1^2+x_2^2+x_3^2-4(x_1+x_2+x_3)+12=$ $=36-24-24+12=0$, deci $(x_1-2)^2+(x_2-2)^2+(x_3-2)^2$ nu depinde de m	3p
c)	Dacă $(x_1-2)^2+(x_2-2)^2+(x_3-2)^2=0$ și $x_1,x_2,x_3\in R \Rightarrow x_1=x_2=x_3=2$	3p
	$\Rightarrow f(X)=(X-2)^3=X^3-6X^2+12X-8 \Rightarrow m=-8$	2p

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$f'(x)=(x^2-x-1)'\cdot e^x+(x^2-x-1)\cdot(e^x)'=$	2p
	$=(2x-1)e^x+(x^2-x-1)e^x=(x^2+x-2)e^x=(x-1)(x+2)e^x, x\in R$	3p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ deci graficul funcției nu admite asimptotă spre $+\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2-x-1}{e^{-x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-1}{-e^{-x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2}{e^{-x}}=0$, deci dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă orizontală spre $-\infty$ la graficul funcției f	3p
	$D_f=R$, deci graficul funcției nu admite asimptote verticale, în concluzie graficul funcției f admite o singură asimptotă.	2p

c)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2)e^x=0 \Leftrightarrow x=1$ sau $x=-2$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=+\infty, \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0, f(-2)=\frac{5}{e^2}, f(1)=-e$	**3p**
	Cum funcția f este continuă pe R și f este crescătoare pe $(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$ și descrescătoare pe $(-2,1)$, graficul funcției f intersectează dreapta $y=a$ în exact trei puncte pentru $a\in\left(0,\frac{5}{e^2}\right)$	**2p**
2.a)	$2I_1=\int_0^1\frac{2x}{x^2+4x+3}dx=\int_0^1\left(\frac{-1}{x+1}+\frac{3}{x+3}\right)dx=$	**2p**
	$=-\ln(x+1)\Big\|_0^1+3\ln(x+3)\Big\|_0^1=-\ln 2+\ln 1+3\ln 4-3\ln 3=\ln\frac{32}{27}$	**3p**
b)	$I_{n+2}+4I_{n+1}+3I_n=\int_0^1\frac{x^{n+2}}{x^2+4x+3}dx+4\int_0^1\frac{x^{n+1}}{x^2+4x+3}dx+3\int_0^1\frac{x^n}{x^2+4x+3}dx=$	**2p**
	$=\int_0^1\frac{x^{n+2}+4x^{n+1}+3x^n}{x^2+4x+3}dx=\int_0^1\frac{x^n\left(x^2+4x+3\right)}{x^2+4x+3}dx=\int_0^1 x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}\Big\|_0^1=\frac{1}{n+1}$	**3p**
c)	$I_{n+1}-I_n=\int_0^1\frac{x^{n+1}-x^n}{x^2+4x+3}dx=\int_0^1\frac{x^n(x-1)}{x^2+4x+3}dx\le 0$ pentru orice $x\in[0,1]\Rightarrow I_{n+1}-I_n\le 0,$ pentru orice $n\in N^*$, deci șirul $(I_n)_{n\ge1}$ este descrescător	**2p**
	$\frac{1}{n+1}=I_{n+2}+4I_{n+1}+3I_n\le 8I_n\Rightarrow I_n\ge\frac{1}{8(n+1)};\frac{1}{n+1}=I_{n+2}+4I_{n+1}+3I_n\ge 8I_{n+2}\Rightarrow$ $I_{n+2}\le\frac{1}{8(n+1)}\Rightarrow I_n\le\frac{1}{8(n-1)}$, deci $\frac{n}{8(n+1)}\le nI_n\le\frac{n}{8(n-1)}$ și aplicând criteriul cleștelui obținem $\lim\limits_{n\to\infty} nI_n=\frac{1}{8}$	**3p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro