Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Să se calculeze suma primilor 20 de termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_4 - a_2 = 4$ și $a_1 + a_3 + a_5 + a_6 = 30$.

5p **2.** Calculați distanța dintre punctele de intersecție ale graficului funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 3$ cu axa Ox.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2\cdot\log_2 x - \log_x 2 = 1$.

5p **4.** Determinați numărul funcțiilor $f:\{2,4,6\}\to\{0,1,2,3\}$ cu proprietatea $f(2)\cdot f(4)\cdot f(6) = 0$.

5p **5.** Aria pătratului *ABCD* este egală cu 72. Calculați $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}$.

5p **6.** Determinați $x\in[0,\pi]$, știind că $3\sin x + \cos 2x = 1$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & n & p \\ n\cdot p & m\cdot p & m\cdot n \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ m\cdot x + n\cdot y + p\cdot z = 0 \\ n\cdot p\cdot x + m\cdot p\cdot y + m\cdot n\cdot z = 0 \end{cases}$, $m, n, p\in\mathbf{R}^*$
.

5p **a)** Să se arate că $\det A = (m-n)(m-p)(p-n)$.

5p **b)** Rezolvați sistemul știind că m, n, p sunt disticte două câte două.

5p **c)** Pentru $m = n \neq p$ determinați soluția (x_0, y_0, z_0) a sistemului pentru care $x_0{}^2 + y_0{}^2 + z_0^2 - 18 = 0$.

2. Pe $\mathbf{R}$ se definește legea de compoziție $x * y = \frac{1}{2}(xy + x + y - 1)$.

Fie mulțimea $M = \{x\in\mathbf{Z} \mid x = 2k+1, k\in\mathbf{Z}\}$

5p **a)** Să se arate că legea "$*$" este asociativă pe $\mathbf{R}$.

5p **b)** Să se arate că mulțimea M este parte stabilă a lui $\mathbf{R}$ în raport cu legea "$*$".

5p **c)** Să se determine elementele inversabile ale lui M în raport cu legea "$*$".

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}$

5p **a)** Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă $x_0 = 0$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)\right)^{4x}$.

5p **c)** Să se arate că $f(e^x) < 1 + f\left(e^{x^2}\right), (\forall)x\in\mathbf{R}$.

2. Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.

5p **a)** Calculați $\int_0^1 f(x)dx$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 \frac{x^2 f(x) + f(x)}{x^4+1}dx = \frac{\pi}{8}$.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\frac{1}{x-1}\int_1^x f(t)dt$.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** $\begin{cases} a_1+3r-a_1-r=4 \\ a_1+a_1+2r+a_1+4r+a_1+5r=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r=2 \\ 4a_1+11r=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r=2 \\ a_1=2 \end{cases}$ $S_{20}=\frac{20\cdot(4+19\cdot 2)}{2}=420$	**3p** **2p**
5p	**2.** $f(x)=0 \Rightarrow x^2-4x+3=0 \Rightarrow x_1=1, x_2=3$ $A(1,0); B(3,0)$ Distanța este $AB=\sqrt{4}=2$	**2p** **1p** **2p**
5p	**3.** $2\log_2 x-\frac{1}{\log_2 x}=1 \Rightarrow (2\log_2 x+1)(\log_2 x-1)=0$ $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ sau $x=2$, care convin	**3p** **2p**
5p	**4.** Numărul total de funcții $f:\{2,4,6\}\to\{0,1,2,3\}$ este egal cu 4^3 Numărul funcțiilor pentru care $f(2)\cdot f(4)\cdot f(6)\neq 0$ este egal cu 3^3 Numărul funcțiilor $f(2)\cdot f(4)\cdot f(6)=0$ este egal cu $4^3-3^3=37$	**2p** **1p** **2p**
5p	**5.** $AB=6\sqrt{2}, AC=AB\sqrt{2}=12, \sphericalangle BAC=45^\circ$ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}=-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-\lvert\overrightarrow{AB}\rvert\cdot\lvert\overrightarrow{AC}\rvert\cdot\cos\left(\sphericalangle\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)\right)=-6\sqrt{2}\cdot 12\cdot\cos 45^\circ=-72$	**2p** **3p**
5p	**6.** $3\sin x+\left(1-2\sin^2 x\right)=1 \Rightarrow \sin x\left(3-2\sin x\right)=0$ $3-2\sin x=0 \Rightarrow \sin x=\frac{3}{2}\notin[-1,1] \Rightarrow$ ecuația nu are soluții $\sin x=0, x\in[0,\pi] \Rightarrow x\in\{0,\pi\}$	**2p** **1p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $\det A=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & n & p \\ n\cdot p & m\cdot p & m\cdot n \end{vmatrix} \overset{C_2-C_1}{\underset{C_3-C_1}{=}} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ m & n-m & p-m \\ n\cdot p & p\cdot(m-n) & n\cdot(m-p) \end{vmatrix}=$ $=(m-n)\cdot(m-p)\cdot(-1)^{1+1}\cdot 1\cdot\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ p & n \end{vmatrix}=(m-n)\cdot(m-p)\cdot(p-n)$	**2p** **3p**
5p	**b)** $m\neq n, n\neq p, m\neq p \Rightarrow (m-n)\cdot(m-p)\cdot(p-n)\neq 0 \Rightarrow \det A\neq 0$ $\det A\neq 0 \Rightarrow$ sistemul este compatibil determinat Cum sistemul este omogen, soluția este (0,0,0).	**2p** **2p** **1p**
5p	**c)** $m=n\neq p \Rightarrow \det A=0$ Sistemul este omogen $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m & p \\ m\cdot p & m\cdot p & m^2 \end{pmatrix} \Rightarrow d_p=\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ m & p \end{vmatrix}=p-m\neq 0 \Rightarrow$ sistem compatibil simplu nedeterminat	**1p**

	$x=\alpha\in R\Rightarrow\begin{cases}y+z=-\alpha\\ m\cdot y+p\cdot z=-m\cdot\alpha\end{cases}\Rightarrow y=-\alpha, z=0$ $x_0^2+y_0^2+z_0^2-18=0\ \Rightarrow 2\alpha^2=18\Rightarrow\alpha_1=3,\alpha_2=-3$ $(x_0,y_0,z_0)\in\{(3,-3,0),(-3,3,0)\}$	**3p** **1p**
5p	**2. a)** $x*y=\frac{1}{2}(x+1)(y+1)-1,\forall\ x,y\in\mathbf{R}$ $(x*y)*z=\left(\frac{1}{2}(x+1)(y+1)-1\right)*z=\frac{1}{4}(x+1)(y+1)(z+1)-1,\forall\ x,y,z\in\mathbf{R}$ $x*(y*z)=x*\left(\frac{1}{2}(y+1)(z+1)-1\right)=\frac{1}{4}(x+1)(y+1)(z+1)-1,\forall\ x,y,z\in\mathbf{R}$ Cum $(x*y)*z=x*(y*z)\forall\ x,y,z\in\mathbf{R}\Rightarrow$ legea este asociativă pe **R**	**2p** **2p** **1p**
5p	**b)** Fie $x,y\in M,\ x=2k_1+1,\ k_1\in\mathbf{Z},\quad y=2k_2+1\ ,k_2\in\mathbf{Z}$ $x*y=\frac{1}{2}(2k_1+2)(2k_2+2)-1=2(k_1+1)(k_2+1)-1$ $k_1,k_2\in\mathbf{Z}\Rightarrow k=(k_1+1)(k_2+1)-1\in\mathbf{Z}\Rightarrow x*y=2k+1\Rightarrow x*y\in M$	**1p** **2p** **2p**
5p	**c)** Elementul neutru: $e=1\in M$ Simetricul lui x: $x'=\frac{4}{x+1}-1,\quad x\neq-1$ $x'\in M\Rightarrow x'\in\mathbf{Z}\Rightarrow\frac{4}{x+1}\in\mathbf{Z}\Rightarrow(x+1)\mid 4\Rightarrow x+1\in\{-4,-2,-1,1,2,4\}\Rightarrow x\in\{-5,-3,-2,0,1,3\}$ Cum x este impar $\Rightarrow x\in\{-5,-3,1,3\}$ $x=-5\Rightarrow x'=-2\notin M$ $x=-3\Rightarrow x'=-3\in M$ $x=1\Rightarrow x'=1\in M$ $x=3\Rightarrow x'=0\notin M\ \Rightarrow$ elementele inversabile ale lui M sunt $x=-3$ și $x=1$	**1p** **2p** **1p** **1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $f'(x)=\frac{3(1-x)}{(x^2+3)\sqrt{x^2+3}}$ Ecuația tangentei la graficul funcției: $y-f(0)=f'(0)(x-0)\Rightarrow$ $x-y\sqrt{3}+3=0$	**3p** **1p** **1p**
5p	**b)** $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x))^{4x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}\right)^{4x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{(x+3)^2}{x^2+3}\right)^{2x}\overset{1^\infty}{=}\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{6x+6}{x^2+3}\right)^{2x}$ $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{6x+6}{x^2+3}\right)^{\frac{x^2+3}{6x+6}}\right)^{\frac{6x+6}{x^2+3}\cdot 2x}=e^{12}$	**3p** **2p**
5p	**c)** $f'(x)\geq 0,(\forall)x\in(-\infty,1]\Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty,1]$ și $f'(x)\leq 0,(\forall)x\in[1,+\infty)\Rightarrow$ f este descrescătoare pe $[1,+\infty)$. Cum $f(1)=2\Rightarrow f(x)\leq 2,(\forall)x\in\mathbf{R}\Rightarrow f(e^x)\leq 2,(\forall)x\in\mathbf{R}$ $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=1,\ f$ descrescătoare pe $[1,+\infty)\Rightarrow f(x)>1,\forall x\in[1,+\infty)$ Cum $e^{x^2}\geq 1,\forall x\in\mathbf{R}\Rightarrow f\left(e^{x^2}\right)>1$ $\Rightarrow f(e^x)<1+f\left(e^{x^2}\right),(\forall)x\in\mathbf{R}$	**3p** **2p**

5p	**2. a)** $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx = \frac{1}{2}\ln(x^2+1)\Big\vert_0^1 =$ $= \frac{1}{2}\ln 2$	**3p** **2p**
5p	**b)** $\int_0^1 \frac{x^2 f(x) + f(x)}{x^4+1}dx = \int_0^1 \frac{x}{x^4+1}dx =$ $= \frac{1}{2}arctg(x^2)\Big\vert_0^1 = \frac{\pi}{8}$.	**2p** **3p**
5p	**c)** Din regula lui l'Hospital pentru cazul $\frac{0}{0}$, limita este egală cu $\lim\limits_{x\to 1}\left(\int_1^x f(t)dt\right)' dt =$ $= \lim\limits_{x\to 1} f(x)dx = \frac{1}{2}$.	**3p** **2p**

Coordonator grup de lucru - M_mate-info:
- Bălănescu Daniela, inspector şcolar pentru matematică

Grup de lucru – M_mate-info:

- Balcan Camelia, Liceul Teoretic *Decebal* Constanța
- Borcilă Reghina - Roxana, Colegiul Național *Mircea cel Bătrân* Constanța
- Dermengiu Alina, Colegiul Național *Mircea cel Bătrân* Constanța
- Homentcovschi Cristina – Liana, Liceul Teoretic *Ovidius* Constanța
- Gurgui Adriana-Daniela, Liceul Teoretic *Ovidius* Constanța
- Ioan Alina, Liceul Tehnologic de Electrotehnică și Telecomunicații Constanța
- Petrea Cristina-Maria, Colegiul Național *Mircea cel Bătrân* Constanța

Bibliografie:

1. “ Matematică – Bacalaureat 2019 ” ,Mihai Monea, Steluţa Monea, Editura Paralela 45;
2. “ Matematică – Bacalaureat 2009 ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
3. “ Bacalaureat Matematică – Ghid de pregătire 2019 ”, Rodica Reşiga, Camelia Maria Magdaş, Editura Delfin;
4. “ Matematică – Bacalaureat 2020. Ghid de pregătire pentru examene ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
5. “ Teste de antrenament 2020 – 2021 - 2022 ”, https://rocnee.eu
6. “ Manual pentru clasa a X-a M3”, Coordonatori Dan Brânzei, Gina Caba, Editura Teora, 2003
7. “ Manual pentru clasa a IX-a”, Coordonatori Marius Burtea, Georgeta Burtea, Editura Carmis , 2018
8. “ Bacalaureat 2002-Teste de matematică”, Coordonatori Ion Savu, Mircea Becheanu, Editura Humanitas Educațional, 2001
9. Simulări județene 2020 – 2025, Filieră vocațională – profil pedagogic
10. Bacalaureat 2023 Matematică, M_Științele naturii, autori M. Monea, S. Monea, I. Șerdean, A. Zanoschi, Ed Paralela 45

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_ mate-info*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică- informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Rezolvați în $\mathbb{C}$ ecuația $2+3i-z=2i-3+iz$.

5p **2.** Arătaţi că vârful parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^2-3x$ se află pe dreapta de ecuaţie $x-2y-2=0$.

5p **3.** Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $\sqrt{3-2x}=\sqrt[3]{3-2x}$.

5p **4.** Determinaţi numărul elementelor mulţimii A, dacă aceasta are exact 16 submulţimi cu cel mult două elemente.

5p **5.** Fie triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=6, BC=10$. Calculaţi $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}$

5p **6.** Demonstraţi că numărul $sin59^\circ\cdot cos29^\circ-sin31^\circ\cdot cos61^\circ$ este raţional.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} ax+y=0 \\ ay+z=0 \\ x+az=0 \end{cases}$, $a\in\mathbb{R}$ și $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$, matricea asociată sistemului.

5p **a)** Calculați determinantul matricei $A(2)$.

5p **b)** Arătați că matricea $B=I_3-A^{2026}(0)+A^{2027}(0)$ este inversabilă și că $B^{-1}=\frac{1}{2}[I_3+A(0)]$.

5p **c)** Determinați valoarile lui $a\in\mathbb{R}$, pentru care sistemul admite doar soluția banală .

2. Pe mulțimea $[0,\infty)$ se consideră legea de compoziție asociativă $x*y=ln(e^x+e^y-1)$.

5p **a)** Calculați $2*0$.

5p **b)** Arătați că legea "$*$" admite element neutru.

5p **c)** Rezolvați în $[0,\infty)$ ecuația $x*(x+2026)=x$

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x-\sqrt{x^2-x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\sqrt{x^2-x+1}\cdot f'(x)+f(x)=\frac{1}{2}$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to\infty} x^2\cdot f'(x)$

5p **c)** Arătați că oricare ar fi două numerele reale a și b astfel încât $a>b$, avem relația: $f'(a)<f'(b)$.

2. Fie $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2-1+\frac{x}{x^2+1}$.

5p **a)** Determinați mulțimea primitivelor funcției f ;

5p **b)** Demonstrați că $\int_0^1 f\left(\sqrt{x}\right)dx<0$.

5p **c)** Arătați că $\int_0^1 \frac{f''(x)\cdot f(x)-\left(f'(x)\right)^2}{f^2(x)}dx=5$.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat , februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** Gruparea termenilor până la $z=\frac{5+i}{1+i}$ Rezolvarea împărţirii şi $z=3-2i$	**2p** **3p**
5p	**2.** Coordonatele vârfului $V\left(\frac{1}{2},-\frac{3}{4}\right)$ $\left(\frac{1}{2},-\frac{3}{4}\right)$ este soluţie a ecuaţiei $x-2y-2=0$.	**2p** **3p**
5p	**3.** Condiţia de existenţă $x\in[\frac{3}{2},\infty)$. Prin ridicarea ecuaţiei la puterea a şasea, $(3-2x)^3=(3-2x)^2$ Notăm $t=3-2x$, deci $t^3=t^2 \Leftrightarrow t\in\{0,1\}$ de unde $x\in\left\{1,\frac{3}{2}\right\}$ Cele două valori ale lui x îndeplinesc condiţia de existenţă	**2p** **3p**
5p	**4.** Notăm $cardA=n$. Atunci $C_n^0+C_n^1+C_n^2=16 \Leftrightarrow 1+n+\frac{n(n-1)}{2}=16$ $n^2+n-30=0 \Leftrightarrow n\in\{-6,5\}$, dar n este natural, deci $n=5$	**3p** **2p**
5p	**5.** $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}=-\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=-AC\cdot BC\cdot cosC$ $AC=8,\ cosC=\frac{4}{5}\Rightarrow\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}=-64$	**2p** **3p**
5p	**6.** $a=sin59^\circ\cdot cos29^\circ-cos59^\circ\cdot sin29^\circ$ $a=sin\left(59^\circ-29^\circ\right)=sin30^\circ=\frac{1}{2}$, care este rațional	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $A(2)=\begin{pmatrix}2&1&0\\0&2&1\\1&0&2\end{pmatrix}$ $Det\left[A(2)\right]=8+1+0-0-0-0=9$	**2p** **3p**
5p	**b)** $A^3(0)=I_3$ $B=I_3-A^{2026}(0)+A^{2027}(0)=I_3-\left[A^3(0)\right]^{675}A(0)+\left[A^3(0)\right]^{675}A^2(0)=$ $=I_3-A(0)+A^2(0)$ $\frac{1}{2}\left[I_3+A(0)\right]\left[I_3-A(0)+A^2(0)\right]=\left[I_3-A(0)+A^2(0)\right]\cdot\frac{1}{2}\left[I_3+A(0)\right]=$ $=\frac{1}{2}\left[I_3+A^3(0)\right]=\frac{1}{2}\left[I_3+I_3\right]=I_3$ Având în vedere unicitatea inversei, matricea B este inversabilă și $B^{-1}=\frac{1}{2}\left[I_3+A(0)\right]$	**2p** **3p**
5p	**c)** Condiția ca sistemul omogen sa admită doar soluția banală este ca determinantul matricei asociate să fie nenul. $Det\ A(a)=a^3+1$ $a^3+1\neq 0,\ a\in\mathbb{R}\Leftrightarrow a\neq -1$	**3p** **2p**
5p	**2. a)** $2*0=\ln\left(e^2+e^0-1\right)=$ $=\ln e^2=2$	**2p** **3p**

5p	**b)** Se demonstrează că $0\in[0,\infty)$ este element neutru al legii " * " : $\forall x\in[0,\infty)$, $x*0=\ln\left(e^x+e^0-1\right)=\ln\left(e^x\right)=x$ $0*x=\ln\left(e^0+e^x-1\right)=\ln\left(e^x\right)=x$ $x*0=0*x=x$ și cum elementul neutru este unic, $0\in[0,\infty)$ este elementul neutru al legii de compozite	**3p** **2p**
5p	**c)** $x*(x+2026)=2026\Leftrightarrow\ln\left(e^x+e^{x+2026}-1\right)=2026$ $e^x+e^{x+2026}-1=e^{2026}$ $e^x+e^{x+2026}-1-e^{2026}=0$ $e^x\left(1+e^{2026}\right)-\left(1+e^{2026}\right)=0$ $\left(1+e^{2026}\right)\left(e^x-1\right)=0$ $1+e^{2026}\neq 0, e^x-1=0, x=0, 0\in[0,\infty)$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea

5p	**1. a)** $f'(x)=1-\dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}$ Prin calcul direct se obține relația cerută.	**2p** **3p**
5p	b) $\lim\limits_{x\to\infty}x^2f'(x)=\lim\limits_{x\to\infty}x^2\left(1-\dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}\right)\overset{\infty\cdot 0}{=}\lim\limits_{x\to\infty}x^2\dfrac{2\sqrt{x^2-x+1}-(2x-1)}{2\sqrt{x^2-x+1}}$ $=\lim\limits_{x\to\infty}x^2\dfrac{3}{2\sqrt{x^2-x+1}\left(2\sqrt{x^2-x+1}+(2x-1)\right)}=\dfrac{3}{8}$	**2p** **3p**
5p	c) Vom demonstra că prima derivată este strict descrescătoare pe mulțimea numerelor reale. $f''(x)=\left(f'(x)\right)'=\left(1-\dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}\right)'=-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{2\left(x^2-x+1\right)^{\frac{3}{2}}}$ Cum $x^2-x+1>0,\forall x\in\mathbf{R}$, obținem că $f''(x)<0,\forall x\in\mathbf{R}$, deci f' este strict descrescătoare pe $\mathbf{R}$, adică relația cerută.	**2p** **3p**
5p	**2. a)** $\int f(x)dx=\int\left(x^2-1+\dfrac{x}{x^2+1}\right)dx=\dfrac{x^3}{3}-x+\dfrac{1}{2}\int\dfrac{\left(x^2+1\right)'}{x^2+1}dx=$ $=\dfrac{x^3}{3}-x+\dfrac{1}{2}\ln\left\|x^2+1\right\|+C=\dfrac{x^3}{3}-x+\dfrac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)+C$	**2p** **3p**
5p	**b)** $\int_0^1 f\left(\sqrt{x}\right)dx=\int_0^1\left(x-1+\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}\right)dx=\left(\dfrac{x^2}{2}-x\right)\Big\|_0^1+\int_0^1\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}dx$ $=\left(\dfrac{x^2}{2}-x\right)\Big\|_0^1+\int_0^1\dfrac{x+1-1}{\sqrt{x}(x+1)}dx=\left(\dfrac{x^2}{2}-x+2\sqrt{x}-2arctg\sqrt{x}\right)\Big\|_0^1=\dfrac{3-\pi}{2}<0$	**2p** **3p**
5p	**c)** Se observă că $\dfrac{f''(x)f(x)-\left(f'(x)\right)^2}{f^2(x)}=\left(\dfrac{f'(x)}{f(x)}\right)'$ deci $\int_0^1\dfrac{f''(x)f(x)-\left(f'(x)\right)^2}{f^2(x)}dx=$ $=\int_0^1\left(\dfrac{f'(x)}{f(x)}\right)'dx=\dfrac{f'(x)}{f(x)}\Big\|_0^1=\dfrac{f'(1)}{f(1)}-\dfrac{f'(0)}{f(0)}=\dfrac{2}{\frac{1}{2}}-\dfrac{1}{-1}=4+1=5$	**2p** **3p**

Coordonator grup de lucru - M_mate-info:
- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru – M_mate-info:

- Balcan Camelia, Liceul Teoretic *Decebal* Constanța
- Borcilă Reghina - Roxana, Colegiul Național *Mircea cel Bătrân* Constanța
- Dermengiu Alina, Colegiul Național *Mircea cel Bătrân* Constanța
- Homentcovschi Cristina – Liana, Liceul Teoretic *Ovidius* Constanța
- Gurgui Adriana-Daniela, Liceul Teoretic *Ovidius* Constanța
- Ioan Alina, Liceul Tehnologic de Electrotehnică și Telecomunicații Constanța
- Petrea Cristina-Maria, Colegiul Național *Mircea cel Bătrân* Constanța

Bibliografie:

1. “ Matematică – Bacalaureat 2019 ” ,Mihai Monea, Steluţa Monea, Editura Paralela 45;
2. “ Matematică – Bacalaureat 2009 ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
3. “ Bacalaureat Matematică – Ghid de pregătire 2019 ”, Rodica Reşiga, Camelia Maria Magdaş, Editura Delfin;
4. “ Matematică – Bacalaureat 2020. Ghid de pregătire pentru examene ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
5. “ Teste de antrenament 2020 – 2021 - 2022 ”, https://rocnee.eu
6. “ Manual pentru clasa a X-a M3”, Coordonatori Dan Brânzei, Gina Caba, Editura Teora, 2003
7. “ Manual pentru clasa a IX-a”, Coordonatori Marius Burtea, Georgeta Burtea, Editura Carmis , 2018
8. “ Bacalaureat 2002-Teste de matematică”, Coordonatori Ion Savu, Mircea Becheanu, Editura Humanitas Educațional, 2001
9. Simulări județene 2020 – 2025, Filieră vocațională – profil pedagogic
10. Bacalaureat 2023 Matematică, M_Științele naturii, autori M. Monea, S. Monea, I. Șerdean, A. Zanoschi, Ed Paralela 45

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 3

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p **1.** Se consideră numărul complex $z = \frac{1+i}{1-i}$. Să se arate că $|1 + z + z^2 + z^3 + \cdots + z^{2026}| = 1$

5p **2.** Se consideră ecuația $x^2 + (1-m)x - 2m - 1 = 0$. Să se determine numărul real m pentru care suma pătratelor rădăcinilor ecuației este minimă.

5p **3.** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\frac{3^{x-1}+1}{2} = \frac{16}{3^x - 1}$.

5p **4.** Fie mulțimea $A = \{1, 2, 3, \ldots, 20\}$. Să se calculeze probabilitatea ca alegând o submulțime cu două elemente a lui A, aceasta sa conțină cel puțin un număr prim.

5p **5.** Se consideră triunghiul isoscel ABC, cu $AB = AC = 6$ și $\hat{A} = 120^o$. Dacă $M, N \in (BC)$ astfel încât BM=MN=NC, să se calculeze produsul scalar $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$.

5p **6**. Fie $a, b \in \mathbb{R}$, cu $a - b = \frac{\pi}{6}$. Să se arate că $2sin2a = sin2b + \sqrt{3}cos2b$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1. Se consideră matricele $A_n = \begin{pmatrix} C_n^0 & C_{n+1}^0 & C_{n+2}^0 \\ C_n^1 & C_{n+1}^1 & C_{n+2}^1 \\ C_n^2 & C_{n+1}^2 & C_{n+2}^2 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

5p **a)** Să se calculeze $det(A_2)$.

5p **b)** Să se arate că $det(A_n) = 1$, pentru orice $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$

5p **c)** În sistemul de coordonate XOY, se consideră punctele $P_n(C_n^1, C_n^2)$, $Q_n(C_{n+1}^1, C_{n+1}^2)$, $R_n(C_{n+2}^1, C_{n+2}^2)$ $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Să se demonstreze că distanța de la R_n la dreapta P_nQ_n este mai mica decât 1.

2. Se consideră grupul (G, ∘), unde $G = (-\sqrt{2}, \infty)$ și legea de compoziție
$x \circ y = xy + (x+y)\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2, \forall\, x, y \in G.$

5p **a)** Să se arate că $1 \circ 0 = 2$

5p **b**) Să se determine elementul neutru al grupului.

5p **c)** Să se arate că dacă există $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ și $x \in G$, astfel încât $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{de\ n\ ori} = x$, atunci x=e, unde e elementul neutru al grupului.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + e^{x^3}$

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$ și să se arate că f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculze $\lim\limits_{x \to 0}(f(x))^{\frac{1}{x^3}}$.

5p **c)** Să se arate că ecuația $f(x) + f(x^3) = 2$ are o unică soluție reală.

2. Fie funcția $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 1)^2$

5p **a)** Să se arate că $\int_0^1 f(x)dx = \frac{28}{15}$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 \ln(f(x))dx$

5p **c)** Să se arate că $\int_0^1 F(x)dx \leq \int_0^1 \ln(f(x))dx$, unde F este primitivă a lui ln(f), cu F(0)=0.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat 2024, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** Amplificând cu conjugatul numitorului $\Rightarrow z=\frac{(1+i)(1+i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{2i}{2}=i$ $\lvert 1+z+z^2+z^3+\cdots+z^{2026}\rvert=\lvert 1+i+i^2+i^3+\cdots+i^{2026}\rvert=\left\lvert\frac{i^{2027}-1}{i-1}\right\rvert=$ $\left\lvert\frac{i^3-1}{i-1}\right\rvert=\lvert i\rvert=1.$	**2p** **3p**
5p	**2.** $S=x_1+x_2=\frac{-b}{a}=m-1, P=x_1x_2=\frac{c}{a}=-(2m+1).$ $x_1^2+x_2^2=S^2-2P=m^2+2m+3$ $m^2+2m+3=m^2+2m+1+2=(m+1)^2+2=minimă \Rightarrow (m+1)^2=0 \Rightarrow m=-1$	**3p** **2p**
5p	**3.** $(3^{x-1}+1)(3^x-1)=32$, notăm $3^x=t, t>0, t\neq 1$ $(t+3)(t-1)=96 \Rightarrow t^2+2t-99=0 \Rightarrow\ t_1=9\ convine, t_2=-11$ nu convine $\Rightarrow x=2$ soluția ecuației.	**2p** **3p**
5p	**4.** $P=\frac{număr\ cazuri\ favorabile}{număr\ cazuri\ posibile}$ **.** Numărul cazurilor posibile$=C_{20}^2=190.$ Avem 8 numere prime în A$\Rightarrow$ 12 numere neprime $\Rightarrow C_{12}^2=66$ submulțimi de 2 elemente neprime$\Rightarrow$190-66=124 cazuri favorabile $\Rightarrow P=\frac{124}{190}=\frac{62}{95}$	**2p** **3p**
5p	**5.** Din teorema cosinusului în ΔABC$\Rightarrow BC^2=6^2+6^2-2\cdot 6\cdot 6\left(-\frac{1}{2}\right)\Rightarrow BC=6\sqrt{3}\Rightarrow$ $BM=MN=NC=2\sqrt{3}$. ΔABC tr isocel cu AD înălțime$\Rightarrow$AD mediană$\Rightarrow BD=DC=3\sqrt{3}$ $\Rightarrow MD=DN=\sqrt{3}$, ΔABC tr isocel, $\widehat{BAC}=120° \Rightarrow \hat{B}=\hat{C}=30° \Rightarrow \sin 30°=\frac{AD}{AB}\Rightarrow AD=3$ $\Rightarrow AM=AN=2\sqrt{3}$. Cum $MN=2\sqrt{3}\Rightarrow \Delta AMN$ echilateral$\Rightarrow \widehat{MAN}=60°$ $\Rightarrow \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=AM\cdot AN\cdot cos\widehat{MAN}=6$	**3p** **2p**
5p	**6.** $a-b=\frac{\pi}{6}\Rightarrow 2a=2b+\frac{\pi}{3}\Rightarrow sin2a=sin2bcos\frac{\pi}{3}+sin\frac{\pi}{3}cos2b$ $sin2a=\frac{1}{2}sin2b+\frac{\sqrt{3}}{2}cos2b\Rightarrow 2sin2a=sin2b+\sqrt{3}cos2b$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1.a)** $A_2=\begin{pmatrix}C_2^0 & C_3^0 & C_4^0\\ C_2^1 & C_3^1 & C_4^1\\ C_2^2 & C_3^2 & C_4^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&3&4\\1&3&6\end{pmatrix}$ $\det(A_2)=\begin{vmatrix}1&1&1\\2&3&4\\1&3&6\end{vmatrix}=18+6+4-3-12-12=1$	**2p** **3p**
5p	**b)** $A_n=\begin{pmatrix}1&1&1\\ n&n+1&n+2\\ \frac{n(n-1)}{2}&\frac{n(n+1)}{2}&\frac{(n+1)(n+2)}{2}\end{pmatrix}$ $\det(A_n)=\begin{vmatrix}1&1&1\\ n&n+1&n+2\\ \frac{n(n-1)}{2}&\frac{n(n+1)}{2}&\frac{(n+1)(n+2)}{2}\end{vmatrix}\underset{C_3-C_1}{\overset{C_2-C_1}{=}}\begin{vmatrix}1&0&0\\ n&1&2\\ \frac{n(n-1)}{2}&n&2n+1\end{vmatrix}=$ $=\begin{vmatrix}1&2\\ n&2n+1\end{vmatrix}=2n+1-2n=1$	**3p** **2p**
5p	**c)** Aria triunghiului $P_nQ_nR_n$ este $A=\frac{1}{2}\lvert\Delta_n\rvert$	**2p**

	$\Delta_n = \begin{vmatrix} 1 & C_n^1 & C_n^2 \\ 1 & C_{n+1}^1 & C_{n+1}^2 \\ 1 & C_{n+2}^1 & C_{n+2}^2 \end{vmatrix} = \det({}^tA_n) = \det(A_n) = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$ $\lvert P_nQ_n\rvert = \sqrt{(C_{n+1}^1 - C_n^1)^2 + (C_{n+1}^2 - C_n^2)^2} = \sqrt{1+n^2} \geq \sqrt{5} > 1, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ Din $A = \frac{\lvert P_nQ_n\rvert \cdot d(R_n, P_nQ_n)}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow\ d(R_n, P_nQ_n) = \frac{1}{\lvert P_nQ_n\rvert} = \frac{1}{\sqrt{1+n^2}} < 1$	**3p**
5p	**2. a)** $1 \circ 0 = 1 \cdot 0 + (1+0)\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2 =$ $=0+\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2=2$	**3p** **2p**
5p	**b)** Elementul neutru : $\exists e \in G\ a.î.\ x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in G$ $x \circ e = (x+\sqrt{2})(e+\sqrt{2}) - \sqrt{2}$ $e \circ x = (e+\sqrt{2})(x+\sqrt{2}) - \sqrt{2} \Rightarrow\ x \circ e = e \circ x$ $x \circ e = x \Rightarrow (x+\sqrt{2})(e+\sqrt{2}) = x+\sqrt{2}, \forall x \in G \Rightarrow e = 1-\sqrt{2} \in G$	**2p** **3p**
5p	**c)** Se arată prin inducție că $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{de\ n\ ori} = (x+\sqrt{2})^n - \sqrt{2}$ $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{de\ n\ ori} = x \Rightarrow (x+\sqrt{2})^n - \sqrt{2} = x \Rightarrow (x+\sqrt{2})^{n-1} = 1$ Cum $x+\sqrt{2} > 0, \forall x \in G \Rightarrow\ x+\sqrt{2} = 1 \Rightarrow x = 1-\sqrt{2} \Rightarrow x = e$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $f'(x) = (x^3)' + (e^{x^3})' = 3x^2 + 3x^2 \cdot e^{x^3} = 3x^2(1+e^{x^3})$ $e^{x^3} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 1+e^{x^3} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x)=0 \Rightarrow x=0$; $3x^2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}^*$. Din tabelul de variație$\Rightarrow$ f strict crescătoare pe $\mathbb{R}$.	**2p** **3p**
5p	**b)** $\lim_{x\to 0}(f(x))^{\frac{1}{x^3}} = \lim_{x\to 0}(x^3+e^{x^3})^{\frac{1}{x^3}} = \lim_{x\to 0}\left(1+(x^3+e^{x^3}-1)\right)^{\frac{1}{x^3}} = e^{\lim_{x\to 0}\frac{x^3+e^{x^3}-1}{x^3}} =$ $=e^{\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^3}{x^3}+\frac{e^{x^3}-1}{x^3}\right)} = e^2$	**3p** **2p**
5p	**c)** Pentru x=0 avem f(0)=1 și $f(0)+f(0^3) = 1+1 = 2$ rezultă că x=0 este soluție a ecuației Din f strict crescătoare pe $\mathbb{R}$, obținem Pt $x > 0 \Rightarrow x^3 > 0 \Rightarrow f(x) > f(0) = 1$ și $f(x^3) > f(0^3) = 1 \Rightarrow f(x)+f(x^3) > 2$ Pt $x < 0 \Rightarrow x^3 < 0 \Rightarrow f(x) < f(0) = 1$ și $f(x^3) < f(0^3) = 1 \Rightarrow\ f(x)+f(x^3) < 2$ $\Rightarrow f(x)+f(x^3) \neq 2, \forall x \in \mathbb{R}^*, iar\ x=0$ verifică ecuația $f(x)+f(x^3) = 2 \Rightarrow x=0$ soluția unică a ecuației.	**2p** **3p**
5p	**2. a)** $\int_0^1 (x^2+1)^2 dx = \int_0^1 (x^4+2x^2+1)dx = \int_0^1 x^4\,dx + 2\int_0^1 x^2\,dx + \int_0^1 dx =$ $\left.\frac{x^5}{5}\right\rvert_0^1 + 2\left.\frac{x^3}{3}\right\rvert_0^1 + x\rvert_0^1 = \frac{1}{5} + \frac{2}{3} + 1 = \frac{28}{15}$	**2p** **3p**
5p	**b)** $\int_0^1 ln(f(x))dx = \int_0^1 \ln(x^2+1)^2\,dx = 2\int_0^1 ln(x^2+1)dx = 2xln(x^2+1)\rvert_0^1 - 2\int_0^1 x \cdot \frac{2x}{x^2+1}dx =$ $=2ln2 - 4\int_0^1 \frac{x^2+1-1}{x^2+1}dx = 2ln2 - 4\int_0^1 dx + 4\int_0^1 \frac{1}{x^2+1}dx = 2ln2 - 4x\rvert_0^1 + 4arctgx\rvert_0^1 =$ $2ln2 - 4 + \pi.$	**2p** **3p**
5p	**c)** Avem că $\int lnf(x)dx = 2xln(x^2+1) - 4x + 4arctgx + \mathcal{C}.$ Primitiva care se anulează în 0 este $F(x) =\ 2xln(x^2+1) - 4x + 4arctgx$ F primitivă pentru lnf $\Rightarrow \int_0^1 lnf(x)dx = F(x)\rvert_0^1 = F(1) - F(0) = F(1)$ $F'(x) = lnf(x) = 2\,ln(x^2+1) > 0\ pe\ \mathbb{R}^*$și $F'(x)=0 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow$ F este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$ Pentru $x \in [0,1] \Rightarrow F(x) \leq F(1) \Rightarrow \int_0^1 F(x)dx \leq \int_0^1 F(1)dx = F(1)\int_0^1 dx = F(1)x\rvert_0^1 = F(1) =$ $\int_0^1 lnf(x)dx$	**2p** **3p**

Coordonator grup de lucru - M_mate-info:
- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru – M_mate-info:

- Balcan Camelia, Liceul Teoretic *Decebal* Constanța
- Borcilă Reghina - Roxana, Colegiul Național *Mircea cel Bătrân* Constanța
- Dermengiu Alina, Colegiul Național *Mircea cel Bătrân* Constanța
- Homentcovschi Cristina – Liana, Liceul Teoretic *Ovidius* Constanța
- Gurgui Adriana-Daniela, Liceul Teoretic *Ovidius* Constanța
- Ioan Alina, Liceul Tehnologic de Electrotehnică și Telecomunicații Constanța
- Petrea Cristina-Maria, Colegiul Național *Mircea cel Bătrân* Constanța

Bibliografie:

1. " Matematică – Bacalaureat 2019 " ,Mihai Monea, Steluţa Monea, Editura Paralela 45;
2. " Matematică – Bacalaureat 2009 " , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
3. " Bacalaureat Matematică – Ghid de pregătire 2019 ", Rodica Reşiga, Camelia Maria Magdaş, Editura Delfin;
4. " Matematică – Bacalaureat 2020. Ghid de pregătire pentru examene " , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
5. " Teste de antrenament 2020 – 2021 - 2022 ", https://rocnee.eu
6. " Manual pentru clasa a X-a M3", Coordonatori Dan Brânzei, Gina Caba, Editura Teora, 2003
7. " Manual pentru clasa a IX-a", Coordonatori Marius Burtea, Georgeta Burtea, Editura Carmis , 2018
8. " Bacalaureat 2002-Teste de matematică", Coordonatori Ion Savu, Mircea Becheanu, Editura Humanitas Educațional, 2001
9. Simulări județene 2020 – 2025, Filieră vocațională – profil pedagogic
10. Bacalaureat 2023 Matematică, M_Științele naturii, autori M. Monea, S. Monea, I. Șerdean, A. Zanoschi, Ed Paralela 45

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p **1.** Arătați că numărul $a=\sqrt{\left(\sqrt{3}+\frac{1}{4}\right)^2-\left(\sqrt{3}+\frac{1}{2}\right)^2}$ este număr întreg.

5p **2.** Se consideră funcția $f: R\to R, f(x)=x^2-21x+110$. Calculați $f(0)\cdot f(1)\cdot\ldots\cdot f(2026)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $log_8(7x+8)=log_2 4$.

5p **4.** Pentru cinci caiete de același tip și un stilou s-au plătit 20,7 lei. Știind că prețul unui caiet este 25% din prețul stiloului, determinați prețul unui stilou.

5p **5.** Fie trapezul dreptunghic $ABCD, AB=5, DC=8, AB \parallel DC, m(\widehat{A})=90^0$ și $DC=2AD$. Aflați distanța de la B la AC.

5p **6.** Arătați că $\left((\sin 45^0)^3+2\cdot(\sin 30^0)^3\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)=(\cos 60^0)^2$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție
$x*y=x+y+3^{x+y}-2, (\forall)x,y\in \boldsymbol{R}$.

5p 1. Arătați că $1*2$ este un număr multiplu de 7.

5p 2. Arătați că legea de compoziție “ $*$” este comutativă.

5p 3. Arătați că $(1*1)*1>3^{10}$.

5p 4. Determinați numerele reale x pentru care $(2x)*(-x)=x+7$.

5p 5. Arătați că $x*1\geq 9\ (\forall)x\geq 1, x\in \boldsymbol{R}$.

5p 6. Arătați că pentru orice număr natural nenul n, numărul natural $N=(n+1)*(2n+1)$ este divizibil cu 3.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

Fie matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A(x)=\begin{pmatrix}2^x & 1\\ 0 & 2^x\end{pmatrix}$, $x\in \boldsymbol{R}$.

5p 1. Arătați că $det(A(-2))=2^{-4}$.

5p 2. Arătați că $det(A(a)\cdot A(b))=det(A(a+b))$.

5p 3. Determinați $x\in \boldsymbol{R}$ dacă $A(x)\cdot A(-x)=\begin{pmatrix}1 & 2{,}5\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p 4. Determinați matricea B dacă $A(3)\cdot B=I_2$.

5p 5. Determinați $u\in \boldsymbol{R}$ dacă $\det(A(u)-4I_2)=16$.

5p 6. Arătați că $A(log_2 3)+A(log_2 5)+A(log_2 7)=3\cdot A(log_2 5)$.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_pedagogic*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** Calculul $a=\left\|\sqrt{3}+\frac{1}{4}\right\|-\left(\sqrt{3}+\frac{1}{2}\right)^2$ Finalizare $a=-3\in\boldsymbol{Z}$	**2p** **3p**
5p	**2.** Calculul $f(x)=(x-11)\cdot(x-10)$, $f(10)=0$, $f(0)\cdot f(1)\cdot\ldots\cdot f(10)\cdot\ldots\cdot f(2026)=0$.	**2p** **3p**
5p	**3.** Ecuația $7x+8=64$, $x=8$, verificare	**3p** **2p**
5p	**4.** Dacă notăm cu c prețul unui caiet și cu s prețul unui stilou, avem ecuațiile $5c+s=20{,}7$ și $4c=s$ avem $c=2{,}3; s=9{,}2$	**3p** **2p**
5p	**5.** Calculând ariile obținem că aria $A_{ABC}=10$, în triunghiul *ADC* avem $AC=4\sqrt{5}$, deci înălțimea are lungimea $\sqrt{5}$. Alternativ se poate calcula înălțimea în triunghiul isoscel *ABC*.	**3p** **2p**
5p	**6.** Folosind $sin\ 45^0=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $sin\ 30^0=\frac{1}{2}=\cos 60^0$ $\left(\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3+2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)(\sqrt{2}-1)=\frac{1}{4}$, finalizare	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1.** Calculul $1*2=1+2+3^{1+2}-2$ finalizare $1*2=28=7\cdot 4\ \vdots\ 7$.	**2p** **3p**
5p	**2.** Relația $y*x=y+x+3^{y+x}-2$ Finalizare $x*y=y*x\ (\forall)x,y\in\boldsymbol{R}$.	**3p** **2p**
5p	**3.** Relația $1*1=3^2$ și $(1*1)*1=3^{10}+8>3^{10}$.	**2p** **3p**
5p	**4.** Avem $(2x)*(-x)=3^x-2+x$ $3^x-2+x=x+7\Rightarrow x=2$.	**3p** **2p**
5p	**5.** Din relația $x*1=3^{x+1}+x-1, x\geq 1\Rightarrow$ $3^{x+1}+x-1\geq 9+1-1=9$.	**3p** **2p**
5p	**6.** $N=(n+1)*(2n+1)=3n+3^{3n+2}$ $3n+3^{3n+2}=3(n+3^{3n+1})\ \vdots\ 3\ (\forall)n\in\boldsymbol{N}^*$.	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1.** Avem $A(-2)=\begin{pmatrix}2^{-2} & 1\\ 0 & 2^{-2}\end{pmatrix}\Rightarrow$	**2p**

	finalizare $det(A(-2)) = 2^{-4} - 0 = 2^{-4}$	**3p**
5p	**2.** Avem A(a)·A(b) $= \begin{pmatrix} 2^{a+b} & 2^a + 2^b \\ 0 & 2^{a+b} \end{pmatrix} \Rightarrow det(\text{A(a)·A(b)}) = 2^{2a+2b}$ A(a+b) $= \begin{pmatrix} 2^{a+b} & 1 \\ 0 & 2^{a+b} \end{pmatrix} \Rightarrow det(\text{A(a+b)}) = 2^{2a+2b}$, finalizare.	**3p** **2p**
5p	**3**. Avem A(x)·A(-x) $= \begin{pmatrix} 2^0 & 2^x + 2^{-x} \\ 0 & 2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2{,}5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$ Ecuația $2^x + 2^{-x} = \frac{5}{2}$ cu soluția $S = \{-1; 1\}$.	**2p** **3p**
5p	**4.** Avem $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$ $8a + c = 1; 8b + d = 0; 8c = 0; c + 8d = 1 \Rightarrow a = d = \frac{1}{8}; b = \frac{-1}{64}; c = 0$. Alternativ, calculul inversei.	**3p** **2p**
5p	**5**. Avem $A(u) - 4I_2 = \begin{pmatrix} 2^u - 4 & 1 \\ 0 & 2^u - 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2^u - 4 & 1 \\ 0 & 2^u - 4 \end{vmatrix} = (2^u - 4)^2$ Ecuația $(2^u - 4)^2 = 16 \Rightarrow 2^u \in \{0; 8\} \Rightarrow u = 3$.	**2p** **3p**
5p	**6.** Calculul $A(log_2 3) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ și celelalte $3A(log_2 5) = \begin{pmatrix} 15 & 3 \\ 0 & 15 \end{pmatrix}$, finalizare.	**3p** **2p**

Coordonator grup de lucru – M_ pedagogic:
- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru – M_ pedagogic
- Brînză Arabela-Adriana, Școala Gimnazială nr. 2 Cernavodă
- Cărnaru Alexandru, Colegiul Național Pedagogic *Constantin Brătescu* Constanța
- Jitaru Cristina - Fănița, Liceul cu Program Sportiv *Nicolae Rotaru* Constanța
- Zamfirescu Lavinia-Mihaela, Liceul Teoretic *Traian* Constanța

Bibliografie:

1. “ Matematică – Bacalaureat 2019 ” ,Mihai Monea, Steluţa Monea, Editura Paralela 45;
2. “ Matematică – Bacalaureat 2009 ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
3. “ Bacalaureat Matematică – Ghid de pregătire 2019 ”, Rodica Reşiga, Camelia Maria Magdaş, Editura Delfin;
4. “ Matematică – Bacalaureat 2020. Ghid de pregătire pentru examene ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
5. “ Teste de antrenament 2020 – 2021 - 2022 ”, https://rocnee.eu
6. “ Manual pentru clasa a X-a M3”, Coordonatori Dan Brânzei, Gina Caba, Editura Teora, 2003
7. “ Manual pentru clasa a IX-a”, Coordonatori Marius Burtea, Georgeta Burtea, Editura Carmis , 2018
8. “ Bacalaureat 2002-Teste de matematică”, Coordonatori Ion Savu, Mircea Becheanu, Editura Humanitas Educațional, 2001
9. Simulări județene 2020 – 2025, Filieră vocațională – profil pedagogic

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left[-3+\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]:\left(-\frac{11}{2}\right)=\frac{1}{2}$.

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{4}{5}$ cu axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $3^{x^2-3x}=9^{x-2}$.

5p **4.** După o scumpire cu 10% un obiect costă 297 de lei.Calculați prețul obiectului înainte de scumpire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,4), B(-2,-2) și C(6,-2). Determinați coordonatele mijlocului medianei duse din vârful A al triunghiului ABC.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A cu AC=9 și tg B=$\frac{3}{4}$. Determinați perimetrul triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă
$x*y=xy+x+y$, $\forall x,y\in\mathbb{R}$.

5p **1.** Arătați că $2026*(-1)=-1$.

5p **2.** Demonstrați că legea de compoziție " $*$ " este comutativă.

5p **3.** Verificați dacă $e=0$ este elementul neutru pentru legea de compoziție " $*$ ".

5p **4.** Determinați numerele reale x pentru care $x*x=x$.

5p **5.** Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $x*x*x*x=0$.

5p **6.** Arătați că $x*(x+1)\geq x, \forall x\in\mathbb{R}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & a+1 \end{pmatrix}, a\in\mathbb{R}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **1.** Arătați că $detA(0)=-2$.

5p **2.** Determinați numerele reale a, pentru care det $(A(a))=0$.

5p **3.** Rezolvațiî n mulțimea numerelor reale inecuația det $(A(a)-I_2)<0$.

5p **4.** Arătați că $(2a+1)A(a)-A(a)\cdot A(a)=(a^2+a-2)I_2, \forall a\in\mathbb{R}$.

5p **5.** Determinați inversa matricei A(2).

5p **6.** Determinați numerele naturale m, pentru care det $(A(m))\leq 1$.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_pedagogic*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	1. $\left[-3+\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]:\left(-\frac{11}{2}\right)=\left[-3+\frac{1}{4}\right]:\left(-\frac{11}{2}\right)=\left(-\frac{11}{4}\right):\left(-\frac{11}{42}\right)=$ $\left(-\frac{11}{4}\right)\cdot\left(-\frac{2}{11}\right)=\frac{1}{2}$.	**3p** **2p**
5p	2. $f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{3}{5}x+\frac{4}{5}=0 \Leftrightarrow -3x+4=0$ $-3x=4 \Rightarrow x=\frac{4}{3}$ și $y=0$.	**3p** **2p**
5p	3. $3^{x^2-3x}=3^{2(x-2)} \Leftrightarrow x^2-3x=2x-4 \Leftrightarrow x^2-5x+4=0$ $\Delta=9 \Rightarrow x\in\{1;4\}$.	**3p** **2p**
5p	4. $x+\frac{x}{10}=297$, unde x este prețul înainte de scumpire. $10x+x=2970 \Rightarrow 11x=2970 \Rightarrow x=270$ lei.	**2p** **3p**
5p	5. M mijloc BC $\Rightarrow M(2;\ -2)$ N mijloc mediana AM $\Rightarrow N(2;1)$.	**3p** **2p**
5p	6. ΔABC dreptunghic $\Longrightarrow tgB=\frac{AC}{AB}\Rightarrow\frac{9}{AB}=\frac{3}{4}\Rightarrow AB=12$ $BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow BC=15\Rightarrow P=36$.	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1.** $2026*(-1)=2026\cdot(-1)+2026+(-1)=$ $=-2026+2026-1=-1$	**3p** **2p**
5p	**2.** $x*y=y*x, \forall\, x,y\in\mathbf{R}$. $x*y=xy+x+y=yx+y+x=$ $=y*x,\ \ \forall\, x,y\in\mathbf{R}$.	**2p** **3p**
5p	**3.** $\begin{cases} x*0=x; & x*0=x\cdot 0+x+0=x,\ \ \forall x\in\mathbb{R} \\ & 0*x=x \end{cases}$ $0*x=0\cdot x+0+x=x, \forall\, x,\in\mathbf{R}\Rightarrow e=0$.	**3p** **2p**
5p	**4.** $x*x=x\cdot x+x+x=x\Rightarrow x^2+x=0$ $x(x+1)=0\Longrightarrow x\in\{0;\ -1\}$.	**3p** **2p**
5p	**5.** $x*x=x^2+2x\Rightarrow x*x*x*x=(x^2+2x)*(x^2+2x)=(x^2+2x)^2+2(x^2+2x)=0$ $(x^2+2x)(x^2+2x+2)=0\Rightarrow\begin{cases} x^2+2x=0\Rightarrow x\in\{0;\ -2\} \\ x^2+2x+2=0\Rightarrow x\in\emptyset \end{cases}$.	**2p** **3p**
5p	**6.** $x(x+1)+x+x+1\geq x$ $x^2+x+2x+1-x\geq 0\Rightarrow x^2+2x+1\geq 0\Rightarrow (x+1)^2\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$.	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1.** $A(0)=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow detA(0)=\begin{vmatrix}0 & 2\\ 1 & 1\end{vmatrix}=0\cdot 1-2\cdot 1=$ $=0-2=-2$.	**3p** **2p**
5p	**2.** $detA(a)=\begin{vmatrix}a & 2\\ 1 & a+1\end{vmatrix}=a(a+1)-2\cdot 1=a^2+a-2$ $a^2+a-2=0\Rightarrow a\in\{1;-2\}$.	**3p** **2p**
5p	**3.** $A(a)-I_2=\begin{pmatrix}a & 2\\ 1 & a+1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a-1 & 2\\ 1 & a\end{pmatrix}\Rightarrow$ $\det(A(a)-I_2)=\begin{vmatrix}a-1 & 2\\ 1 & a\end{vmatrix}=a(a-1)-2$ $a^2-a-2<0\Rightarrow a\in(-1;\ 2)$	**3p** **2p**
5p	**4.** $(2a+1)\begin{pmatrix}a & 2\\ 1 & a+1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}a & 2\\ 1 & a+1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a & 2\\ 1 & a+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a^2+a & 4a+2\\ 2a+1 & 2a^2+3a+1\end{pmatrix}-$ $\begin{pmatrix}a^2+2 & 4a+2\\ 2a+1 & a^2+2a+3\end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix}a^2+a-2 & 0\\ 0 & a^2+a-2\end{pmatrix}=(a^2+a-2)\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=(a^2+a-2)I_2$.	**3p** **2p**

5p	$detA(2) = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 2 = 4 \neq 0;\ \ {}^tA(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ $A^*(2) = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1}(2) = \frac{1}{detA(2)}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.	**2p** **3p**
5p	$detA(m) = \begin{vmatrix} m & 2 \\ 1 & m+1 \end{vmatrix} = m^2 + m - 2$ $m^2 + m - 2 \leq 1 \Rightarrow m^2 + m - 3 \leq 0, m \in \mathbb{N} \Rightarrow m \in \{0;\ 1\}$.	**2p** **3p**

Coordonator grup de lucru – M_ pedagogic:
- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru – M_ pedagogic
- Brînză Arabela-Adriana, Școala Gimnazială nr. 2 Cernavodă
- Cărnaru Alexandru, Colegiul Național Pedagogic *Constantin Brătescu* Constanța
- Jitaru Cristina - Fănița, Liceul cu Program Sportiv *Nicolae Rotaru* Constanța
- Zamfirescu Lavinia-Mihaela, Liceul Teoretic *Traian* Constanța

Bibliografie:

1. “ Matematică – Bacalaureat 2019 ” ,Mihai Monea, Steluţa Monea, Editura Paralela 45;
2. “ Matematică – Bacalaureat 2009 ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
3. “ Bacalaureat Matematică – Ghid de pregătire 2019 ”, Rodica Reşiga, Camelia Maria Magdaş, Editura Delfin;
4. “ Matematică – Bacalaureat 2020. Ghid de pregătire pentru examene ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
5. “ Teste de antrenament 2020 – 2021 - 2022 ”, https://rocnee.eu
6. “ Manual pentru clasa a X-a M3”, Coordonatori Dan Brânzei, Gina Caba, Editura Teora, 2003
7. “ Manual pentru clasa a IX-a”, Coordonatori Marius Burtea, Georgeta Burtea, Editura Carmis , 2018
8. “ Bacalaureat 2002-Teste de matematică”, Coordonatori Ion Savu, Mircea Becheanu, Editura Humanitas Educațional, 2001
9. Simulări județene 2020 – 2025, Filieră vocațională – profil pedagogic

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p **1.** Determinați numărul $x \in \mathbf{R}$, știind că numerele x, $2x+1$ și $4x+5$ sunt în această ordine termenii consecutivi ai unei progresii geometrice .

5p **2.** Se consideră funcția $f: R \to R$, $f(x) = -3x+3$. Notăm cu A și B punctele de intersecție ale funcției cu axele de coordonate. Demonstrează că $AB = \sqrt{10}$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $\lg(x-1) - \lg 9 = 1 - \lg x$.

5p **4.** După două scumpiri succesive de preț, una de 10% și alta de 15% ,un produs costă 253 lei. Determinați prețul inițial al produsului.

5p **5.** În reperul cartezian xOy, se consideră punctele A(1; 1) , B(-1; 2) și C(a+2; a-1) $a \in R$. Determinați a, astfel încât A,B și C să fie coliniare.

5p **6.** Perimetrul triunghiului ABC este 16 cm, iar raza cercului circumscris triunghiului este 6 cm. Calculați $\sin A + \sin B + \sin C$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție

$$x * y = xy + 2x + 2y + 2, \ \forall\, x, y \in \mathbf{R}.$$

5p **1.** Calculați $2026 * 2$.

5p **2.** Arătați că legea de compoziție ”$*$” este asociativă .

5p **3.** Verificați că $e = -1$ este elementul neutru al legii de compoziție.

5p **4.** Determinați elementele simetrizabile ale mulțimii $\mathbf{R}$ în raport cu legea de compoziție ”$*$” .

5p **5.** Determinați toate valorile reale ale numărului a pentru care ecuația: $a * a = 7$.

5p **6.** Calculați valoarea expresiei $\frac{-4060}{2026} * \frac{-4059}{2026} * \ldots\ldots * \frac{-1}{2026}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} a & 4 \\ 9 & a \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ unde $\forall a \in \mathbf{R}$.

5p **1.** Pentru $a = 1$, arătați că $\det A(1) = -35$.

5p **2.** Determinați $\forall a \in \mathbf{R}$ pentru care $\det A(a) = 0$.

5p **3.** Demonstrați că $A(1) + A(99) = 2A(50)$.

5p **4.** Demonstrați că oricare $a, b \in \mathbf{R}$, avem $A(a-b) + A(a+b) = 2A(a)$.

5p **5.** Determinați numărul real $x \in \mathbf{R}$ din egalitatea $A(1) + A(3) + \ldots\ldots + A(2027) = 2028A(x)$.

5p **6.** Dacă $a \in \mathbf{R}$, arătați că $32^{-1} \cdot A(2) - (A(2))^{-1} = \frac{1}{8} I_2$.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică M_pedagogic
Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat de barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** Se impune condiția ca trei termeni pozitivi consecutivi să fie în progresie geometrică $(2x+1)^2 = x \cdot (4x+5)$ Finalizare $x = 1$.	**3p** **2p**
5p	**2.** $G_f \cap Ox \Leftrightarrow y = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x + 3 = 0; x = 1; A(1,0)$. $G_f \cap Oy \Leftrightarrow x = 0 \Leftrightarrow y = f(0) \Leftrightarrow y = 3; B(0,3)$. Verificare $AB = \sqrt{10}$.	**3p** **2p**
5p	**3.** Condițiile de existență $x - 1 > 0; x > 0 \Rightarrow x \in (1, +\infty)$. $\lg(x-1) + \lg x = 1 + \lg 9 \Rightarrow \lg x \cdot (x-1) = \lg 1\,0 \cdot 9 \Rightarrow$ $x^2 - x - 90 = 0 \Rightarrow x_1 = 10 \in (1, +\infty)$ și $x_2 = -9 \notin (1, +\infty) \Rightarrow x = 10$ convine.	**2p** **3p**
5p	**4.** Notăm cu p = prețul inițial. $\left(p + \frac{10}{100}p\right) + \frac{15}{100}\left(p + \frac{10}{100}p\right) = 253$ $\frac{110}{100}p \cdot \left(1 + \frac{15}{100}\right) = 253 \Rightarrow p = 200$lei.	**3p** **2p**
5p	**5.** A,B și C să fie coliniare $C \in AB$.Ecuația dreptei AB: $2y + x - 3 = 0$ $2(a-1) + a + 2 - 3 = 0 \Rightarrow a = 1$.	**3p** **2p**
5p	**6.** Din teorema sinusurilor $a = 2R\sin A; b = 2R\sin B; c = 2R\sin C$ $P = 2R(\sin A + \sin B + \sin C) \Rightarrow \sin A + \sin B + \sin C = \frac{P}{2R} = \frac{4}{3}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1.** $2026 * 2 = 2026 \cdot 2 + 2 \cdot 2026 + 2 \cdot 2 + 2$ Finalizare $2026 * 2 = 8110$.	**3p** **2p**
5p	**2.** Pentru a demonstra că legea este asociativă se demonstrează că $(x * y) * z = x * (y * z)$; $x, y, z \in \mathbf{R}$. $x * y = (x+2) \cdot (y+2) - 2; \forall x, y, z \in \mathbf{R}$ $(x * y) * z = [(x+2)(y+2) - 2] * z = (x+2)(y+2)(z+2) - 2$ $x * (y * z) = x * [(y+2)(z+2) - 2] = (x+2)(y+2)(z+2) - 2, \forall x, y, z \in \mathbf{R}$.	**2p** **3p**
5p	**3.** $e = -1$elementul neutru al legii de compoziție data $\Leftrightarrow x * (-1) = (-1) * x = x$, xnumăr real $x * (-1) = (x+2)(-1+2) - 2 = x + 2 - 2 = x$, xnumăr real $(-1) * x = (-1+2)(x+2) - 2 = x + 2 - 2 = x$, xnumăr real, $e = -1$element neutru.	**3p** **2p**
5p	**4.** $x \in \mathbf{R}$ este simetrizabil$\Leftrightarrow \exists x' \in \mathbf{R}$ cu $x * x' = x' * x = -1$	**2p**

	$(x+2)\cdot(x'+2)-2=-1 \Rightarrow x'+2=1+\frac{1}{x+2} \Rightarrow x'=-1+\frac{1}{x+2}, \forall x\neq -2$. Deci elementele simetrizabile sunt toate numerele din $\mathbf{R}/\{-2\}$.	3p
5p	**5.** $a*a=(a+2)(a+2)-2, \forall a\in \mathbf{R}$, $(a+2)^2=9 \Rightarrow a\in\{-5,1\}$	2p 3p
5p	**6.** Observăm că $-\frac{4052}{2026}=-2$ și $x*(-2)=(x+2)(-2+2)-2=-2$, x număr real $(-2)*x=(-2+2)(x+2)-2=-2$, x număr real Conform asociativității $\Rightarrow x*(-2)*y=[x*(-2)]*y=(-2)*y=-2$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1.** $A(1)=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 9 & 1\end{pmatrix}$ $\det A(1)=1-9\cdot 4=-35 \forall x,y\in \mathbf{R}$	3p 2p
5p	**2.** $\det A(a)=0 \Rightarrow a^2-36=0$ $a\in\{-6,6\}$	3p 2p
5p	**3.** $A(1)+A(99)=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 9 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}99 & 4\\ 9 & 99\end{pmatrix}=2A(50)$ $\begin{pmatrix}1 & 4\\ 9 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}99 & 4\\ 9 & 99\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}100 & 8\\ 18 & 100\end{pmatrix}=2A(50)$	2p 3p
5p	**4.** $A(a-b)+A(a+b)=\begin{pmatrix}a-b & 4\\ 9 & a-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a+b & 4\\ 9 & a+b\end{pmatrix}$, $A(a-b)+A(a+b)=\begin{pmatrix}2a & 8\\ 18 & 2a\end{pmatrix}=2A(a)$.	2p 3p
5p	**5.** $A(1)+A(3)+\cdots\ldots+A(2027)=$ $=\big(A(1)+A(2027)\big)+\big(A(3)+A(2025)\big)+\cdots++\big(A(1013)+A(1015)\big)$ $=2\cdot A(1014)+2\cdot A(1014)+\cdots+2A(1014)=2\cdot 1014\cdot A(1014)$ $=2028\cdot A(1014)$ $x=1014$.	3p 2p
5p	**6.** $A(2)=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 9 & 2\end{pmatrix}$, $\det A(2)=-32\neq 0 \Rightarrow \big(A(2)\big)^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{2}{32} & \frac{4}{32}\\ \frac{9}{32} & -\frac{2}{32}\end{pmatrix}$ $32^{-1}\cdot A(2)-\big(A(2)\big)^{-1}=\frac{1}{8}I_2$	3p 2p

Coordonator grup de lucru – M_ pedagogic:
- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru – M_ pedagogic
- Brînză Arabela-Adriana, Școala Gimnazială nr. 2 Cernavodă
- Cărnaru Alexandru, Colegiul Național Pedagogic *Constantin Brătescu* Constanța
- Jitaru Cristina - Fănița, Liceul cu Program Sportiv *Nicolae Rotaru* Constanța
- Zamfirescu Lavinia-Mihaela, Liceul Teoretic *Traian* Constanța

Bibliografie:

1. “ Matematică – Bacalaureat 2019 ” ,Mihai Monea, Steluţa Monea, Editura Paralela 45;
2. “ Matematică – Bacalaureat 2009 ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
3. “ Bacalaureat Matematică – Ghid de pregătire 2019 ”, Rodica Reşiga, Camelia Maria Magdaş, Editura Delfin;
4. “ Matematică – Bacalaureat 2020. Ghid de pregătire pentru examene ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
5. “ Teste de antrenament 2020 – 2021 - 2022 ”, https://rocnee.eu
6. “ Manual pentru clasa a X-a M3”, Coordonatori Dan Brânzei, Gina Caba, Editura Teora, 2003
7. “ Manual pentru clasa a IX-a”, Coordonatori Marius Burtea, Georgeta Burtea, Editura Carmis , 2018
8. “ Bacalaureat 2002-Teste de matematică”, Coordonatori Ion Savu, Mircea Becheanu, Editura Humanitas Educațional, 2001
9. Simulări județene 2020 – 2025, Filieră vocațională – profil pedagogic

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p **1.** Se consideră numărul complex $z = 2 + (2a - 3)i$, unde a este un număr real. Determinați a, astfel încât numărul $z + i \cdot z$ să fie real.

5p **2.** Pentru ce valori ale lui $m \in \mathbb{R}$ funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = (m-1)x^2 + (m-1)x + 2m - 1$ este strict pozitivă pentru orice $x \in \mathbb{R}$?

5p **3.** Rezolvați în $\mathbb{R}$ inecuația $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) < -3$.

5p **4.** Determinați numărul tuturor submulțimilor care conțin 3 elemente numere pare, formate doar cu elemente ale mulțimii $A = \{0,1,2,3,4,5\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,1)$, $B(5,7)$ și $P(m,n)$, $m,n \in R$. Determinați coordonatele punctului P știind că punctele A și B sunt simetrice unul față de altul în raport cu punctul P.

5p **6.** Arătați că $(\cos 2x - \sin 2x)^2 = 2 - (\sin 2x + \cos 2x)^2$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1. Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & m+1 \\ 1 & m-1 & m \\ 5 & 4 & 3(m+1) \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații: $\begin{cases} 2x + y + (m+1)z = 1 \\ x + (m-1)y + mz = 2 \\ 5x + 4y + 3(m+1)z = 3 \end{cases}$, unde m este număr real .

5p a) Arătați că $\det(A(m)) = m^2 - 2m$, pentru orice număr real m.

5p b) Determinați numărul real m pentru care tripletul $(0,0,-1)$ este soluție a sistemului de ecuații.

5p c) Pentru $m = 2$, arătați că sistemul de ecuații este incompatibil.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 2x - 2y + 6$.

5p a) Arătați că $(-3)*(-2) = 22$.

5p b) Arătați că $x * y = (x-2)(y-2) + 2$, pentru orice numere reale x și y.

5p c) Determinați numerele întregi x pentru care $x*(2x)*(3x) = 2$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \frac{2(x-1)(x+1)}{(x^2+x+1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(f(x)\right)^x$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$.

5p **a)** Calculați $\int_0^1 f(x)dx$.

5p **b)** Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(-1) = 1$.

5p **c)** Aratați că pentru orice număr real nenul a are loc relația $\int_0^a f(x)dx + \frac{1}{a}\int_a^0 f(x)dx = a^4 - 1$.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_șt-nat*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** $z+i\cdot z=2+(2a-3)i+i\cdot 2-(2a-3)=2-2a+3+i(2a-3+2)=5-2a+i(2a-1)$	**3p**
	$2a-1=0\Rightarrow a=\frac{1}{2}$	**2p**
5p	**2.** $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$ dacă $\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m-1>0\\ (m-1)^2-4(m-1)(2m-1)<0\end{cases}\Leftrightarrow$	**3p**
	$\Leftrightarrow\begin{cases}m-1>0\\ (m-1)(m-1-8m+4)<0\end{cases}\Leftrightarrow\left.\begin{cases}m\in(1,+\infty)\\ m\in\left(-\infty,\frac{3}{7}\right)\cup(1,+\infty)\end{cases}\right\vert\Rightarrow m\in(1,+\infty)$	**2p**
5p	**3.** Condiții: $x-1>0\Rightarrow x\in(1,+\infty)$ Inecuația devine $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)<\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\Leftrightarrow x-1>8\Rightarrow x>9$	**3p**
	Deci $x\in(9,+\infty)\cap(1,+\infty)=(9,+\infty)$	**2p**
5p	**4.** Mulțimea *A* conține 3 elemente numere pare $\{0,2,4\}$. Se pot adăuga suplimentar zero, unul, două sau 3 elemente nr. impare dintre elementele $\{1,3,5\}$.	**2p**
	Obținem: 1 submulțime care conține zero numere impare, 3 submulțimi care conțin suplimentar câte un singur nr. impar, 3 submulțimi care conțin suplimentar două nr. impare și o submulțime care conține 3 numere impare, deci sunt 8 submulțimi care îndeplinesc condiția.	**3p**
5p	**5.** Punctul *B* este simetricul punctului *A* față de punctul *P* $\Rightarrow$ *P* este mijlocul segmentului *AB*.	**2p**
	$m=\frac{x_A+x_B}{2}=1,\ n=\frac{y_A+y_B}{2}=4\ \Rightarrow P(1,4).$	**3p**
5p	**6.** $(\cos 2x-\sin 2x)^2=2-(\sin 2x+\cos 2x)^2\Leftrightarrow(\cos 2x-\sin 2x)^2+(\sin 2x+\cos 2x)^2=2$	**2p**
	$\Leftrightarrow\cos^2 2x-2\cos 2x\cdot\sin 2x+\sin^2 2x+\sin^2 2x+2\sin 2x\cdot\cos 2x+\cos^2 2x=2$ $\Leftrightarrow 2(\cos^2 2x+\sin^2 2x)=2\Leftrightarrow 2\cdot 1=2,$ ceea ce este adevărat pentru orice număr real *x*.	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1.**a) $\det(A(m))=\begin{vmatrix}2 & 1 & m+1\\ 1 & m-1 & m\\ 5 & 4 & 3(m+1)\end{vmatrix}=6\left(m^2-1\right)+4(m+1)+5m-5(m^2-1)-8m-3(m+1)=$	**3p**
	$=6m^2-6+4m+4+5m-5m^2+5-8m-3m-3=m^2-2m$ pentru orice număr real m	**2p**
5p	b) $\begin{cases}-(m+1)=1\\ -m=2\\ -3(m+1)=3\end{cases}$	**3p**
	$\Leftrightarrow m=-2$	**2p**
5p	c) Pentru $m=2$ sistemul devine $\begin{cases}2x+y+3z=1\\ x+y+2z=2\\ 5x+4y+9z=3\end{cases}$	**2p**
	$rang(A(2))=2$ și rangul matricei extinse este egal cu 3, deci sistemul este incompatibil. (sau: adunând prima ecuație și a doua ecuație înmulțită cu 3, obținem contradicție cu ecuația a treia)	**3p**
5p	2. a) $(-3)*(-2)=(-3)(-2)-2\cdot(-3)-2\cdot(-2)+6=$	**2p**
	$=6+6+4+6=12+4+6=22$	**3p**

5p	b) $x*y=xy-2x-2y+4+2=$ $=x(y-2)-2(y-2)+2=(x-2)(y-2)+2,$ pentru orice numere reale x și y.	**2p** **3p**
5p	c) $x*(2x)=(x-2)(2x-2)+2,$ $x*(2x)*(3x)=[(x-2)(2x-2)+2]*(3x)=(x-2)(2x-2)(3x-2)+2$, unde $x\in R$. $(x-2)(2x-2)(3x-2)+2=2\Leftrightarrow(x-2)(2x-2)(3x-2)=0$. Cum $x\in Z$ obținem $x=1$ sau $x=2$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1.** a) $f'(x)=\frac{(2x-1)(x^2+x+1)-(2x+1)(x^2-x+1)}{(x^2+x+1)^2}=$ $=\frac{2x^2-2}{(x^2+x+1)^2}=\frac{2(x-1)(x+1)}{(x^2+x+1)^2}, x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
5p	b) $f(0)=1$, $f'(0)=-2$ Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)\Rightarrow y=-2x+1$	**2p** **3p**
5p	c) $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x))^x=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}\right)^x=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\frac{2x}{x^2+x+1}\right)^x=$ $=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{-2x^2}{x^2+x+1}\right)}=e^{-2}$	**3p** **2p**
5p	**2.** a) $\int_0^1(4x^3+3x^2+2x+1)dx=(x^4+x^3+x^2+x)\Big\|_0^1=$ $=4$	**3p** **2p**
5p	b) $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=x^4+x^3+x^2+x+c$, unde $c\in\mathbb{R}$ $F(-1)=1\Rightarrow c=1$, deci $F(x)=x^4+x^3+x^2+x+1$	**2p** **3p**
5p	c) $\int_0^a f(x)dx+\frac{1}{a}\int_a^0 f(x)dx=\int_0^a(4x^3+3x^2+2x+1)dx+\frac{1}{a}\int_a^0(4x^3+3x^2+2x+1)dx=$ $=(a^4+a^3+a^2+a)-\frac{1}{a}(a^4+a^3+a^2+a)=a^4-1$, pentru oricare număr real nenul a	**2p** **3p**

Coordonator grup de lucru - M_șt-nat:
- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru –M_șt-nat:
- Comănescu Cristina-Maria, Colegiul Național de Arte *Regina Maria* Constanța
- Goga Georgiana, Colegiul Național *Mihai Eminescu* Constanța
- Goran Nela, Liceul Teoretic *Traian* Constanța
- Șargu Rodica, Liceul Tehnologic *I. Bănescu* Mangalia
- Teodorov Corina - Loredana, Școala Gimnazială nr. 24 *Ion Jalea* Constanța
- Zîrnă Luiza, Colegiul Național *Mihai Eminescu* Constanța

Bibliografie:

1. “ Matematică – Bacalaureat 2019 ” ,Mihai Monea, Steluţa Monea, Editura Paralela 45;
2. “ Matematică – Bacalaureat 2009 ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
3. “ Bacalaureat Matematică – Ghid de pregătire 2019 ”, Rodica Reşiga, Camelia Maria Magdaş, Editura Delfin;
4. “ Matematică – Bacalaureat 2020. Ghid de pregătire pentru examene ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
5. “ Teste de antrenament 2020 – 2021 - 2022 ”, https://rocnee.eu
6. “ Manual pentru clasa a X-a M3”, Coordonatori Dan Brânzei, Gina Caba, Editura Teora, 2003
7. “ Manual pentru clasa a IX-a”, Coordonatori Marius Burtea, Georgeta Burtea, Editura Carmis , 2018
8. “ Bacalaureat 2002-Teste de matematică”, Coordonatori Ion Savu, Mircea Becheanu, Editura Humanitas Educațional, 2001
9. Simulări județene 2020 – 2025
10. Bacalaureat 2023 Matematică, M_Științele naturii, autori M. Monea, S. Monea, I. Șerdean, A. Zanoschi, Ed Paralela 45

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p **1.** Fie ecuația $x^2+3x+3=0$, cu rădăcinile $x_1, x_2 \in \mathbb{C}$. Calculați $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}$

5p **2.** Determinați produsul soluțiilor întregi ale inecuației $x^2-6x+5 \leq 0$.

5p **3.** Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-3$, $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x+4$. Rezolvați ecuația $(f\circ g)(x)=45$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca alegând unul dintre numerele $\log_2\sqrt{2}$, $\log_5 25$, $\log_{\sqrt[3]{6}} 36$, acesta să fie supraunitar.

5p **5.** Determinați $m\in\mathbb{R}$ știind că vectorii $\vec{u}=2\vec{i}+m\vec{j}$ și $\vec{v}=-4\,\vec{i}+(m-2)\,\vec{j}$ sunt perpendiculari.

5p **6.** Calculați $\sin^2 24° + \sin^2 66°$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1. Fie sistemul de ecuații liniare

$$(S): \begin{cases} x+y+z=4 \\ 3x+2y+mz=9 \\ 9x+4y+m^2 z=21 \end{cases},\quad m\in\mathbb{R} \text{ și matricea } A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 3 & 2 & m\\ 9 & 4 & m^2\end{pmatrix}.$$

5p **a)** Rezolvați ecuația $\det(A)=0$.

5p **b)** Determinați $m\in\mathbb{R}$ astfel încât tripletul $(1\,;1\,;2)$ să fie soluție a sistemului (S).

5p **c)** Pentru $m=1$, rezolvați sistemul (S).

2. Pe mulțimea numerelor raționale, $\mathbb{Q}$, definim legea de compoziție asociativă:

$$x*y=2xy+6x+6y+15, (\forall)x,y\in\mathbb{Q}.$$

5p **a)** Arătați că $x*y=2(x+3)(y+3)-3, (\forall)x,y\in\mathbb{Q}$.

5p **b)** Arătați că ecuația $2^x*3^x=-3$ nu are soluții în $\mathbb{Q}$.

5p **c)** Rezolvați în $\mathbb{Q}$ ecuația $x*x*x=\frac{21}{2}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$.

5p **a)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției în $x_0=1$.

5p **b)** Arătați că funcția f este convexă pe $(0,\infty)$.

5p **c)** Arătați că $2025\sqrt{2025}<2026\sqrt{2024}$.

2. Se consideră funcțiile $f, g:(0,\infty)\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=1+\ln x,\quad g(x)=x\ln x.$$

5p **a)** Arătați că g este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Calculați $\int_e^{e^2} f(x)dx$.

5p **c)** Calculați $\int_1^e f(x)\cdot g(x)dx$.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_șt-nat*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** $S=-3, P=3$ $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{S^2-2P}{P}=1$	**2p** **3p**
5p	**2.** $x^2-6x+5\le 0\Rightarrow x\in[1,5]$; cum $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{1,2,3,4,5\}$ $P=5!=120$	**3p** **2p**
5p	**3.** $f\big(g(x)\big)=45\Leftrightarrow f(3x+4)=45$ $4(3x+4)-3=45\Rightarrow x=\frac{8}{3}$	**3p** **2p**
5p	**4.** $\log_2\sqrt{2}=\frac{1}{2}<1, \log_5 25=2>1, \log_{\sqrt[3]{6}}36=6>1$ $P=\frac{2}{3}$	**3p** **2p**
5p	**5.** $\vec{u}=2\vec{i}+m\vec{j}, \vec{v}=-4\vec{i}+(m-2)\vec{j},\ \vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow 2\cdot(-4)+m\cdot(m-2)=0$ $m^2-2m-8=0$, cu soluțiile $m_1=-2, m_2=4$	**3p** **2p**
5p	**6.** $\sin 66°=\cos 24°$ Deci, $\sin^2 24°+\sin^2 66°=\sin^2 24°+\cos^2 24°=1$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1.a)** $det(A)=-(m-2)(m-3)$ $det(A)=0\Rightarrow m_1=2, m_2=3$	**3p** **2p**
5p	**b)** $(1,1,2)$ soluție a sistemului (S) $\Rightarrow x=1, y=1, z=2$ Sistemul (S) este verificat pentru $m=2$	**2p** **3p**
5p	**c)** Pentru $m=1\Rightarrow det(A)=-2\neq 0$, deci sistemul are soluție unică $x=1, y=3, z=0$	**2p** **3p**
5p	**2. a)** $x*y=2x(y+3)+6(y+3)-3$ $x*y=2(x+3)(y+3)-3, (\forall)x,y\in\mathbb{Q}$	**2p** **3p**
5p	**b)** Din a) avem $2^x*3^x=2(2^x+3)(3^x+3)-3$ $(2^x+3)(3^x+3)=0$ fals, pentru că $2^x>0$ și $3^x>0$, $(\forall)x\in\mathbb{Q}$, deci ecuația nu are soluții în $\mathbb{Q}$	**2p** **3p**
5p	**c)** Din a) și folosind asociativitatea legii „ $*$ ” avem $x*x*x=4(x+3)^3-3$ Ecuația devine $(x+3)^3=\frac{27}{8}$, cu soluția $x=-\frac{3}{2}\in\mathbb{Q}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $f'(x)=\frac{x^2-1}{x^2}$ Ecuația tangentei la graficul funcției este $d: y-f(1)=f'(1)(x-1)\Rightarrow y-2=0$	**2p** **3p**
5p	**b)** $f''(x)=\frac{2}{x^3}$ $f''(x)>0, \forall x\in(0,\infty)$, deci funcția este convexă pe $(0,\infty)$	**3p** **2p**
5p	**c)** f este strict crescătoare pe $(1,\infty)$, deci $f\big(\sqrt{2024}\big)<f\big(\sqrt{2025}\big)$ $\frac{2024+1}{\sqrt{2024}}<\frac{2025+1}{\sqrt{2025}}\Rightarrow 2025\sqrt{2025}<2026\sqrt{2024}$	**2p** **3p**
5p	**2. a)** g este derivabilă pe $(0,\infty)$ $g'(x)=f(x), \forall x\in(0,\infty)$	**2p** **3p**

5p	**b)** Din a) rezultă $\int_e^{e^2} f(x)dx = \int_e^{e^2} g'(x)dx$ Deci, $\int_e^{e^2} g'(x)dx = g(x)\Big\vert_e^{e^2} = g(e^2) - g(e) = 2e^2 - e$	**2p** **3p**
5p	**c**) Din a) avem $\int_1^e f(x) \cdot g(x)dx = \int_1^e g'(x) \cdot g(x)dx$ $= \frac{g^2(x)}{2}\Big\vert_1^e = \frac{e^2}{2}$	**2p** **3p**

Coordonator grup de lucru - M_șt-nat:
- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru –M_șt-nat:
- Comănescu Cristina-Maria, Colegiul Național de Arte *Regina Maria* Constanța
- Goga Georgiana, Colegiul Național *Mihai Eminescu* Constanța
- Goran Nela, Liceul Teoretic *Traian* Constanța
- Șargu Rodica, Liceul Tehnologic *I. Bănescu* Mangalia
- Teodorov Corina - Loredana, Școala Gimnazială nr. 24 *Ion Jalea* Constanța
- Zîrnă Luiza, Colegiul Național *Mihai Eminescu* Constanța

Bibliografie:

1. “ Matematică – Bacalaureat 2019 ” ,Mihai Monea, Steluţa Monea, Editura Paralela 45;
2. “ Matematică – Bacalaureat 2009 ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
3. “ Bacalaureat Matematică – Ghid de pregătire 2019 ”, Rodica Reşiga, Camelia Maria Magdaş, Editura Delfin;
4. “ Matematică – Bacalaureat 2020. Ghid de pregătire pentru examene ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
5. “ Teste de antrenament 2020 – 2021 - 2022 ”, https://rocnee.eu
6. “ Manual pentru clasa a X-a M3”, Coordonatori Dan Brânzei, Gina Caba, Editura Teora, 2003
7. “ Manual pentru clasa a IX-a”, Coordonatori Marius Burtea, Georgeta Burtea, Editura Carmis , 2018
8. “ Bacalaureat 2002-Teste de matematică”, Coordonatori Ion Savu, Mircea Becheanu, Editura Humanitas Educațional, 2001
9. Simulări județene 2020 – 2025
10. Bacalaureat 2023 Matematică, M_Științele naturii, autori M. Monea, S. Monea, I. Șerdean, A. Zanoschi, Ed Paralela 45

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\ge1}$ cu $a_4=5$ și $a_9=30$. Determinați a_1 și rația progresiei.

5p **2.** Fie funcțiile $f,g:R\to R$, $f(x)=2x^2-x+5$, $g(x)=(m-1)x+3, m\in R$. Aflați valorile reale ale lui m pentru care graficele celor două funcții se intersectează în două puncte distincte.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(3x-2)=4-\log_2(x+2)$.

5p **4.** Fie mulțimea $A=\{n\in N \mid n$ este pătrat perfect sau n este cub perfect, $n<2026\}$. Aflați cardinalul mulțimii A.

5p **5.** Triunghiul ABC este dreptunghic cu ipotenuza $BC=16\sqrt{3}$. Calculați modulul vectorului $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Determinați $x\in(0,2\pi)$ pentru care $5\cos x-\cos 2x=1$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră matricea $A(m)=I_2+3mB$, unde $B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -1 & -2\end{pmatrix}$ și $m\in R$.

5p a) Arătați că $\det(A(-1))=1$.

5p b). Aflați $m\in R$ pentru care matricea $A(m)$ este inversabilă.

5p c). Aflați $n\in N$ pentru care $A(1)\cdot A(2)\cdot\ldots\cdot A(n)=A(105)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=x+y+xy$.

5p a) Arătați că $2026*(-1)=-1$.

5p b) Arătați că $x_1*x_2*\ldots*x_n=(x_1+1)(x_2+1)\ldots(x_n+1)-1$, oricare ar fi $n\ge2$, n număr natural.

5p c) Calculați $1*\frac{1}{2}*\frac{1}{3}*\ldots*\frac{1}{2026}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Fie funcția $f:(0,+\infty)\to R, f(x)=\frac{x^2+3}{\sqrt{x}}$.

5p a) Arătați că $f'(x)=\frac{3(x^2-1)}{2x\sqrt{x}}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

5p b) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p c) Demonstrați că $f(x)+f(x^2)+f(x^3)\ge12$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:R\to R, f(x)=\begin{cases}2^x, x\le0\\ \sqrt{x}+1, x>0\end{cases}$.

5p a) Arătați că funcția f admite primitive pe R.

5p b) Calculați $\int_{-1}^{1}f(x)dx$.

5p c) Utilizând, eventual, inegalitatea $x\le\sqrt{x}$, $\forall x\in[0,1]$, arătați că $\int_0^1 f^{2025}(x)dx\ge\frac{2^{2026}-1}{2026}$.

Simulare județeană - Examenulnațional de bacalaureat, februarie 2026
ProbaE.c)
Matematică*M_șt-nat*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** $a_1+3r=5$ și $a_1+8r=30$ de unde $a_1=-10$ și $r=5$	**3p** **2p**
5p	**2.** $f(x)=g(x) \Leftrightarrow 2x^2-m\cdot x+2=0$ Graficele celor doua funcții se intersectează în două puncte distincte dacă și numai dacă $\Delta>0 \Rightarrow$ $m^2-16>0$, de unde $m \in (-\infty,-4) \cup (4,\infty)$	**2p** **3p**
5p	**3.** $log_2(3x-2)+log_2(x+2)=4 \Leftrightarrow log_2(3x^2+4x-4)=4$ $3x^2+4x-20=0 \Rightarrow x=-\frac{10}{3}$, care nu convine și x = 2, care convine.	**2p** **3p**
5p	**4.** $B=\{0^2,1^2,2^2,\ldots,45^2\}$ - mulțimea pătratelor perfecte mai mici decât 2026, $card\ B=46$ $C=\{0^3,1^3,2^3,\ldots,12^3\}$ - mulțimea cuburilor perfecte mai mici decât 2026, $card\ C=13$ $B\cap C=\{0^6,1^6,2^6,3^6\}$, $card\ (B\cap C)=4 \Rightarrow card\ A$ =46+13−4 = 55	**2p** **3p**
5p	**5.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$, M mijlocul lui BC $\left\|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{AM}\right\|=2\cdot\frac{BC}{2}=BC=16\sqrt{3}$	**2p** **3p**
5p	**6.** $5cosx-cos2x=1 \Leftrightarrow 5cosx-2cos^2x=0 \Leftrightarrow cosx(5-2cosx)=0$ $cosx=0$ cu soluțiile $x=\frac{\pi}{2}$ și $x=\frac{3\pi}{2}$, $5-2cosx=0$, $cosx=\frac{5}{2}$, care nu convine	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $A(-1)=I_2-3B=\begin{pmatrix}-5 & -12\\ 3 & 7\end{pmatrix}$ $\det(A(-1))=\begin{vmatrix}-5 & -12\\ 3 & 7\end{vmatrix}=-35+36=1$	**2p** **3p**
5p	**b)** $A(m)=\begin{pmatrix}6m+1 & 12m\\ -3m & 1-6m\end{pmatrix}, m\in\mathbb{R}$, $\det(A(m))=\begin{bmatrix}6m+1 & 12m\\ -3m & 1-6m\end{bmatrix}=(1+6m)(1-6m)+36m^2=1\neq 0$, pentru orice $m\in\mathbb{R}$ $A(m)$ inversabilă $\Leftrightarrow$ $\det(A(m))\neq 0 \Rightarrow A(m)$ inversabilă pentru orice $m\in\mathbb{R}$.	**3p** **2p**
5p	**c)** $B^2=O_2$ și $A(m)\cdot A(p)=A(m+p)$, pentru orice $m,p\in\mathbb{R}$, prin urmare $A(1)\cdot A(2)\cdot\ldots\cdot A(n)=A\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)$ $A\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)=A(105) \Longrightarrow n^2+n-210=0$, de unde $n=14$	**3p** **2p**
5p	2. **a)** $2026*(-1)=2026-1+2026\cdot(-1)=$ $=2026-1-2026=-1$	**3p** **2p**
5p	**b)** P(n): $x_1*x_2*\ldots*x_n=(x_1+1)(x_2+1)\ldots(x_n+1)-1, \forall\, n\geq 2$ x∗y=(x+1)(y+1)-1, $x,y\in\mathbb{R}$. Pentru n=2, $x_1*x_2=(x_1+1)(x_2+1)-1$, adevărat P(k): $x_1*x_2*\ldots*x_k=(x_1+1)(x_2+1)\ldots(x_k+1)-1$, adevărat P(k+1): $(x_1*x_2*\ldots*x_k)*x_{k+1}=[(x_1+1)(x_2+1)\ldots(x_k+1)-1]*x_{k+1}=$ $[(x_1+1)(x_2+1)\ldots(x_k+1)-1+1](x_{k+1}+1)-1=(x_1+1)(x_2+1)\ldots(x_{k+1}+1)-1$, adevărat Deci egalitatea este adevărată pentru orice număr natural $n\geq 2$.	**3p** **2p**
5p	c) $1*\frac{1}{2}*\frac{1}{3}*\ldots*\frac{1}{2026}=(1+1)\left(\frac{1}{2}+1\right)\left(\frac{1}{3}+1\right)\cdot\ldots\cdot\left(\frac{1}{2026}+1\right)-1=$ $2\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\ldots\cdot\frac{2027}{2026}-1=2027-1=2026$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $f'(x)=\frac{2x\sqrt{x}-\frac{x^2+3}{2\sqrt{x}}}{x}=\frac{\frac{4x^2-x^2-3}{2\sqrt{x}}}{x}=$ $=\frac{3x^2-3}{2x\sqrt{x}}=\frac{3(x^2-1)}{2x\sqrt{x}}$, pentru orice x ∈ $(0;\infty)$	**3p** **2p**

5p	**b)** f(1)=4, $f'(1) = 0$ Ecuația tangentei: $y - f(1) = f'(1)(x-1) \Leftrightarrow y - 4 = 0(x-1) \Leftrightarrow y = 4$	**2p** **3p**
5p	**c)** $f'(x) = 0 \Longrightarrow x = 1$, care convine Pentru x ∈ $(0;1)$, $f'(x) < 0$, deci f este strict descrescătoare și pentru x ∈ $[1;\infty)$, $f'(x) \geq 0$ deci f este crescătoare. Cum f(1)=4, rezultă că $f(x) \geq 4$, pentru orice x ∈ $(0;\infty)$ și, prin urmare $f(x^2) \geq 4$ și $f(x^3) \geq 4$, pentru orice x ∈ $(0;\infty)$. Deci $f(x) + f(x^2) + f(x^3) \geq 12$, pentru orice x ∈ $(0;\infty)$.	**3p** **2p**
5p	**2. a)** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} 2^x = 1$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \left(\sqrt{x}+1\right) = 1$ și f(0)=1, deci $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0) = 1$ de unde obținem că f este continuă in x = 0. Cum f este continuă pe (-∞, 0) și pe (0, ∞), rezultă că f este continuă pe $\mathbb{R}$. Prin urmare, f admite primitive pe R.	**3p** **2p**
5p	**b)** $\int_{-1}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{0} 2^x dx + \int_{0}^{1} (\sqrt{x}+1)dx =$ $\left.\frac{2^x}{\ln 2}\right\|_{-1}^{0} + \left.\left(\frac{2}{3}x\sqrt{x} + x\right)\right\|_{0}^{1} = \frac{1}{2\ln 2} + \frac{5}{3}$	**2p** **3p**
5p	**c)** $\sqrt{x} \geq x, \forall x \in [0,1] \Rightarrow \left(\sqrt{x}+1\right)^{2025} \geq (x+1)^{2025}, \forall x \in [0,1]$. Prin urmare, $\int_0^1 f^{2025}(x)dx \geq \int_0^1 (x+1)^{2025} dx = \left.\frac{(x+1)^{2026}}{2026}\right\|_0^1 = \frac{2^{2026}-1}{2026}$.	**2p** **3p**

Coordonator grup de lucru - M_șt-nat:
- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru –M_șt-nat:
- Comănescu Cristina-Maria, Colegiul Național de Arte *Regina Maria* Constanța
- Goga Georgiana, Colegiul Național *Mihai Eminescu* Constanța
- Goran Nela, Liceul Teoretic *Traian* Constanța
- Șargu Rodica, Liceul Tehnologic *I. Bănescu* Mangalia
- Teodorov Corina - Loredana, Școala Gimnazială nr. 24 *Ion Jalea* Constanța
- Zîrnă Luiza, Colegiul Național *Mihai Eminescu* Constanța

Bibliografie:

1. “ Matematică – Bacalaureat 2019 ” ,Mihai Monea, Steluţa Monea, Editura Paralela 45;
2. “ Matematică – Bacalaureat 2009 ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
3. “ Bacalaureat Matematică – Ghid de pregătire 2019 ”, Rodica Reşiga, Camelia Maria Magdaş, Editura Delfin;
4. “ Matematică – Bacalaureat 2020. Ghid de pregătire pentru examene ” , Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
5. “ Teste de antrenament 2020 – 2021 - 2022 ”, https://rocnee.eu
6. “ Manual pentru clasa a X-a M3”, Coordonatori Dan Brânzei, Gina Caba, Editura Teora, 2003
7. “ Manual pentru clasa a IX-a”, Coordonatori Marius Burtea, Georgeta Burtea, Editura Carmis , 2018
8. “ Bacalaureat 2002-Teste de matematică”, Coordonatori Ion Savu, Mircea Becheanu, Editura Humanitas Educațional, 2001
9. Simulări județene 2020 – 2025
10. Bacalaureat 2023 Matematică, M_Științele naturii, autori M. Monea, S. Monea, I. Șerdean, A. Zanoschi, Ed Paralela 45

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Arătați că $\frac{1}{2} \cdot (2{,}2 + 0{,}6) - 0{,}4 = 1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4x - 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = a + 10$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{9x - 5} = \sqrt{13}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{11,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}$, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 2.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(5,6)$ și $C(6,2)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.

5p **6.** Se consideră triunghiul *ABC*, dreptunghic în A, cu $AC = 4$ și măsura unghiului B egală cu $30°$. Arătați că lungimea laturii *BC* este egală cu 8 cm.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} x & x-1 \\ -2x & 2 \end{pmatrix}$, unde x este un număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1)) = 2$.

5p **b)** Verificați dacă $A(0) + A(2) - 2 \cdot A(1) = O_2$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x) + I_2) = 4$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2x + 2y - 1$.

5p **a)** Arătați că $1 * 2 = 5$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x * (x - 1) = 9$.

5p **c)** Arătați că $4 \cdot x^2 - x * x \geq 0$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2 \cdot x^2 - 2 - \ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x}, x \in (0, \infty)$.

5p **b)** Arătați că $\lim_{x \to 1} \frac{f(x) + \ln x}{3x - 3} = \frac{4}{3}$.

5p **c)** Arătați că $\frac{4x^2 - 1}{2} \geq \ln(2x)$, pentru orice $x \in (0, \infty)$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 2x + 2$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 2x)dx = e + 1$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^3 \frac{1}{f(x) - e^x} dx = \ln 2$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = 5 + \frac{a}{e}$.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică_*M_tehnologic*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** $\frac{1}{2}\cdot(2{,}2+0{,}6)-0{,}4=\frac{1}{2}\cdot 2{,}8-0{,}4=$ $=\ 1{,}4-0{,}4=1$	**2p** **3p**
5p	**2.** $f(a)=4\cdot a-2$, pentru orice număr real a $4a-2=a+10$, de unde obținem $a=4$.	**2p** **3p**
5p	**3.** $9x-5=13$ $x=2$, care convine	**3p** **2p**
5p	**4.** Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile Numerele, din mulțimea A, care au suma cifrelor egală cu 2 sunt 11 și 20, deci sunt 2 cazuri favorabile, de unde obținem $P=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$.	**2p** **3p**
5p	**5.** $AC=\sqrt{(6-2)^2+(2-3)^2}=\sqrt{17}$ $BC=\sqrt{(6-5)^2+(2-6)^2}=\sqrt{17}$, deci $AC=BC\Rightarrow$ triunghiul ABC este isoscel.	**2p** **3p**
5p	**6.** $sinB=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{AC}{BC}=\frac{1}{2}$ $\frac{4}{BC}=\frac{1}{2}$, de unde obținem $BC=8$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1.a)** $A(1)=\begin{pmatrix}1&0\\-2&2\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(1)\right)=\begin{vmatrix}1&0\\-2&2\end{vmatrix}=1\cdot 2-0\cdot(-2)=$ $=2-0=2$	**3p** **2p**
5p	**b)** $A(0)+A(2)-2\cdot A(1)=\begin{pmatrix}0&-1\\0&2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&1\\-4&2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&0\\-4&4\end{pmatrix}$ $=\begin{pmatrix}2&0\\-4&4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&0\\-4&4\end{pmatrix}=O_2$.	**2p** **3p**
5p	**c)** $A(x)+I_2=\begin{pmatrix}x+1&x-1\\-2x&3\end{pmatrix}$ și $\det(A(x)+I_2)=2x^2+x+3$, pentru orice număr real x $2x^2+x-1=0$, de unde obținem $x=-1$ sau $x=\frac{1}{2}$.	**3p** **2p**
5p	**2. a)** $1*2=2\cdot 1+2\cdot 2-1=$ $=2+4-1=5$	**3p** **2p**
5p	**b)** $x*(x-1)=2x+2(x-1)-1=4x-3$, pentru orice număr real x $4x-3=9$, de unde obținem $x=3$.	**3p** **2p**
5p	**c)** $x*x=4x-1$, pentru orice număr real x $4\cdot x^2-x*x=4x^2-4x+1=(2x-1)^2\geq 0$, pentru orice număr real x.	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $f'(x)=4x-\frac{1}{x}=$ $=\frac{4x^2-1}{x}=\frac{(2x-1)(2x+1)}{x},\ x\in(0,\infty)$.	**3p** **2p**
5p	**b)** $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)+lnx}{3x-3}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x^2-2}{3x-3}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{2(x-1)(x+1)}{3(x-1)}=$ $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2(x+1)}{3}=\frac{4}{3}$	**3p** **2p**

5p	**c)** $f'(x)=0 \Longrightarrow x=\frac{1}{2}$; pentru orice $x\in\left(0,\frac{1}{2}\right]$, $f'(x)\le 0$,deci f este descrescătoare pe $\left(0,\frac{1}{2}\right]$ și, pentru orice $x\in\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$, $f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ $f(x)\ge f\left(\frac{1}{2}\right)$, pentru orice $x\in(0,\infty)$ și, cum $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{2}-ln\frac{1}{2}$, obținem $\frac{4x^2-1}{2}\ge \ln(2x)$, pentru orice $x\in(0,\infty)$.	**2p** **3p**
5p	**2**. a) $\int_0^1 (f(x)-2x)dx=\int_0^1(e^x+2)dx=(e^x+2x)\Big|_0^1=$ $=e+2-1=e+1$	**3p** **2p**
5p	**b)** $\int_0^3 \frac{1}{f(x)-e^x}dx=\int_0^3\frac{1}{2x+2}dx=\frac{1}{2}\int_0^3\frac{1}{x+1}dx=\frac{1}{2}ln\,(x+1)\Big|_0^3=$ $=\frac{ln4}{2}-\frac{ln1}{2}=ln2$	**3p** **2p**
5p	**c)** $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}dx=\int_0^1(1+(2x+2)e^{-x})dx=x\Big|_0^1+\int_0^1(2x+2)(-e^{-x})'dx=$ $=1-(2x+4)\mathrm{e}^{-x}\Big|_0^1=5-\frac{6}{\mathrm{e}}$, deci $5+\frac{a}{e}=5-\frac{6}{\mathrm{e}}$, de unde obținem $a=-6$	**3p** **2p**

Coordonator grup de lucru – M_tehnologic:
- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru – M_tehnologic
- Bacula Mariana, Liceul Tehnologic de Electrotehnică și Telecomunicații Constanța
- Costea Cristina, Liceul Tehnologic *Nicolae Dumitrescu* Cumpăna
- Crangă Cleopatra, Liceul Teoretic Murfatlar
- Grassu Mariana, Liceul Cobadin
- Filip Adela – Cristina, Liceul Economic *Virgil Madgearu* Constanța
- Teodorescu Nicoleta, Colegiul Economic Mangalia

Bibliografie:

1. Mihai Monea, Steluța Monea, Ioan Șerdean, Adrian Zanoschi – Bacalaureat 2025, Teme recapitulative M_tehnologic, M_științe ale naturii, Editura Paralela 45, 2024
2. Daniela Stoica – Matematică M2_Tehnologic (50 de teste), Editura Booklet, 2024
3. Modele subiecte bacalaureat 2026, Ministerul Educației și Cercetării, CNPEE
4. Teste de antrenament propuse de CNPEE pentru examenul național de bacalaureat 2021, Filiera tehnologică
5. “ Teste de antrenament 2020 – 2021 - 2022 ”, https://rocnee.eu
6. Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație - subiecte examene 2025
7. Variante de subiecte 2022, Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Arătați că $(0{,}6+0{,}8):0{,}7-0{,}25\cdot 4=1$

5p **2.** Determinați numărul real *m* pentru care $f(1)=0$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+m$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5x+1}=6$.

5p **4.** În urma unei ieftiniri cu 20%, prețul unui produs a scăzut cu 27 lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-8,6)$ și $B(a,4)$, unde a este un număr real. Determinați numerele reale *a* pentru care $MA=OB$, unde *M* este mijlocul segmentului *OA*.

5p **6.** Calculați lungimea laturii *AB* a triunghiului *ABC* dreptunghic în *A*, știind că $BC=5\sqrt{2}$ și $m(\sphericalangle B)=45^0$

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$ și $M(x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, unde *x* este număr real.

5p **a)** Arătați că $detA=-5$.

5p **b)** Arătați că $\det\big(A+M(-1)\big)=det\,B$.

5p **c)** Determinați numărul *x* pentru care $M(x)\cdot A-A\cdot M(x)=B$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=20x-21y+1$

5p **a)** Arătați că $1*2=-21$

5p **b)** Determinați numărul real *x* pentru care $(x-1)*x=1$.

5p **c)** Determinați numerele reale *x* pentru care $x^2*x\le 0$.

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{3x-1}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{4}{(x+1)^2}$, oricare $x\in(-1,\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției *f* .

5p **c)** Demonstrați că $-1\le f(x)\le 1$, pentru orice $x\in[0,1]$.

2. Se consideră funcțiile f,g : $(0,\infty)\to\mathbb{R}$, unde $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ și $g(x)=\frac{1}{2}(lnx)^2$ este o primitivă a funcției f.

5p **a)** Arătați că $\int_e^{e^2}\frac{f(x)}{lnx}dx=1$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^e e^{g(x)}f(x)=\sqrt{e}-1$.

5p **c)** Determinați parametrul real t, t > 1 astfel încât $\int_1^t f(x)dx=2$.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_tehnologic*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse,
toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesiona

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	1. $(0{,}6+0{,}8):0{,}7-0{,}25\cdot 4=1{,}4:0{,}7-1=$ $=2-1=1$	**3p** **2p**
5p	**2**. $f(1)=1+m$ $1+m=0\Leftrightarrow m=-1$	**2p** **3p**
5p	**3.** $5x+1=36$ $x=7$, care convine	**3p** **2p**
5p	**4.** $\frac{20}{100}\cdot x=27$, unde x este prețul înainte de ieftinire x=135 de lei	**3p** **2p**
5p	**5.** $OA=10\Rightarrow MA=5, OB=\sqrt{a^2+16}$, unde a este număr real $\sqrt{a^2+16}=5\Leftrightarrow a^2-9=0$, de unde obținem $a=-3$ sau $a=3$	**2p** **3p**
5p	**6.**$cosB=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{AB}{5\sqrt{2}}$ $AB=5$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $\det A=\begin{vmatrix}1&3\\2&1\end{vmatrix}=1\cdot 1-2\cdot 3=$ $=1-6=-5$	**3p** **2p**
5p	**b)** $M(-1)=\begin{pmatrix}-1&1\\2&3\end{pmatrix}, A+M(-1)=\begin{pmatrix}0&4\\4&4\end{pmatrix}\Rightarrow det(A+M(-1))=-16$ $\det B=\begin{vmatrix}-4&0\\0&4\end{vmatrix}=-16$, deci $det(A+M(-1))=detB$	**3p** **2p**
5p	**c)** $M(x)\cdot A=\begin{pmatrix}x+2&3x+1\\8&9\end{pmatrix}, A\cdot M(x)\cdot A-A\cdot M(x)=\begin{pmatrix}-4&3x-9\\6-2x&4\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}-4&3x-9\\6-2x&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4&0\\0&4\end{pmatrix}\Leftrightarrow x=3$	**3p** **2p**
5p	**2. a)** $1*2=20\cdot 1-21\cdot 2+1=$ $=20-45+1=-21$	**3p** **2p**
5p	**b)** $(x-1)*x=-x-19$, pentru orice număr real x $-x-19=1$, de unde obținem $x=-20$	**2p** **3p**
5p	**c)** $x^2*x=20x^2-21x+1$, pentru orice număr real x $20x^2-21x+1\le 0$, de unde obținem $x\in\left[\frac{1}{20},1\right]$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1.a)** $f'(x)=\frac{(3x-1)'(x+1)-(3x-1)(x+1)'}{(x+1)^2}=$ $=\frac{3(x+1)-(3x-1)}{(x+1)^2}=\frac{3x+3-3x+1}{(x+1)^2}=\frac{4}{(x+1)^2}$	**3p** **2p**
5p	**b)** $f(0)=-1, f'(0)=4$ Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=4x-1$	**2p** **3p**

5p	**c)** $f(0) = -1;\ f(1) = 1$ $x \in [0,1] \Longrightarrow f'(x) \geq$ $deci\ f\ este\ crescătoare\ pe\ [0,1]$ Obs. Că minimul funcției este -1 și maximul funcției este 1 pe intervalul $[0,1]$ $\Longrightarrow -1 \leq f(x) \leq 1, pentru\ orice\ x[0,1]$	**2p** **3p**
5p	**2. a)** $\int_e^{e^2} \frac{f(x)}{\ln x} dx = \int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x \ln x} dx = \int_e^{e^2} \frac{1}{x} dx =$ $= \left(\ln x \Big\vert_e^{e^2}\right) = \ln e^2 - \ln e = 2 - 1 = 1$	**2p** **3p**
5p	**b)** $\int_1^e e^{g(x)} f(x)dx = \int_1^e e^{g(x)} g(x)' dx = e^{g(x)} \vert_1^e =$ $= e^{g(e)} - e^{g(1)} = e^{\frac{1}{2}} - e^0 = \sqrt{e} - 1$	**2p** **3p**
5p	**c)** $\int_1^t f(x)dx = \int_1^t \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}(\ln x)^2 \Big\vert_1^t = \frac{1}{2}(\ln t)^2 - \frac{1}{2}(\ln 1)^2 = \frac{1}{2}(\ln t)^2$ $\frac{1}{2}(\ln t)^2 = 2 \Longrightarrow (\ln t)^2 = 4 \Longrightarrow \ln t = 2$ pentru $t > 1 \Longrightarrow t = e^2$	**3p** **2p**

Coordonator grup de lucru – M_tehnologic:
- Bălănescu Daniela, inspector şcolar pentru matematică

Grup de lucru – M_tehnologic
- Bacula Mariana, Liceul Tehnologic de Electrotehnică și Telecomunicații Constanța
- Costea Cristina, Liceul Tehnologic *Nicolae Dumitrescu* Cumpăna
- Crangă Cleopatra, Liceul Teoretic Murfatlar
- Grassu Mariana, Liceul Cobadin
- Filip Adela – Cristina, Liceul Economic *Virgil Madgearu* Constanța
- Teodorescu Nicoleta, Colegiul Economic Mangalia

Bibliografie:

1. Mihai Monea, Steluța Monea, Ioan Șerdean, Adrian Zanoschi – Bacalaureat 2025, Teme recapitulative M_tehnologic, M_științe ale naturii, Editura Paralela 45, 2024
2. Daniela Stoica – Matematică M2_Tehnologic (50 de teste), Editura Booklet, 2024
3. Modele subiecte bacalaureat 2026, Ministerul Educației și Cercetării, CNPEE
4. Teste de antrenament propuse de CNPEE pentru examenul național de bacalaureat 2021, Filiera tehnologică
5. “ Teste de antrenament 2020 – 2021 - 2022 ”, https://rocnee.eu
6. Centrul Naţional de Politici și Evaluare în Educație - subiecte examene 2025
7. Variante de subiecte 2022, Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(2\sqrt{3}-\sqrt{27}\right)\cdot\sqrt{3}+3=0$.

5p **2.** Determinați valoarea numărului real k, astfel încât punctul $A(k,k+1)$ să fie situat pe graficul funcției $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}, f(x)=5x-3$.

5p **3**. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{-3x+6}=1$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor 5.

5p **5.** Determinați numărul real m astfel încât punctul $M(m,-1)$ să fie mijlocul segmentului AB, unde $A(3,-4)$ și $B(-9,2)$.

5p **6.** În ΔABC cu $\hat{A}=90^0$ și $\hat{C}=30^0$, se știe că $BC=6$. Arătați că $\mathrm{A}_{\Delta ABC}=\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}2x-1 & 0\\ 1 & 2x+1\end{pmatrix}$, unde $x\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Arătați că $\det A(-1)=3$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $A(2^{x+1})-A(2^x)=I_2$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det A(x)\leq 3$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=2xy-6x-6y+21$.

5p **a)** Verificați că $5\circ(-3)=(-9)\circ 4$.

5p **b)** Arătați că $e=\frac{7}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție.

5p **c)** Determinați numerele întregi x pentru care $x\circ(x+1)<15$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{e^x}{x^2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{e^x(x-2)}{x^3}, x\in(0,\infty)$.

5p **b)** Determinați intervalele de monotonie ale funcției f.

5p **c)** Arătați că $\frac{e^{x-2}}{x^2}\geq\frac{1}{4}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=4x+\ln x$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2(f(x)-\ln x)dx=6$.

5p **b)** Arătați $\int_1^e\frac{f(x)-4x}{x}dx=\frac{1}{2}$.

5p **c)** Determinați numărul natural nenul n, pentru care $\int_1^n f(x)dx=5+2\ln n$.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_tehnologic*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesiona

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** $\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{3}+3=-\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}+3=$ $=-3+3=0$	**3p** **2p**
5p	**2.** $A(k,k+1)\in G_f\Rightarrow f(k)=k+1\Rightarrow 5k-3=k+1$ $4k=4\Rightarrow k=1$	**3p** **2p**
5p	**3.** $5^{-3x+6}=5^0\Rightarrow -3x+6=0$ $-3x=-6\Rightarrow x=2$	**3p** **2p**
5p	**4.** Sunt 90 de numere de două cifre, deci sunt 90 cazuri posibile $a+b=5\Rightarrow \overline{ab}\in\{14,23,32,41,50\}$, deci sunt 5 cazuri favorabile $P=\dfrac{\text{număr cazuri favorabile}}{\text{număr cazuri posibile}}=\dfrac{5}{90}=\dfrac{1}{18}$	**2p** **3p**
5p	**5.** M mijloc $AB\Rightarrow M\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)\Rightarrow M(-3,-1)$ Cum $M(m,-1)\Rightarrow m=-3$	**3p** **2p**
5p	**6.** $\hat{A}=90^0$ și $\hat{C}=30^0\Rightarrow AB=\frac{BC}{2}=3\Rightarrow AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ $A_{\Delta ABC}=\dfrac{AB\cdot AC}{2}=\dfrac{3\cdot 3\sqrt{3}}{2}=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $A(-1)=\begin{pmatrix}-3 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}\Rightarrow \det A(-1)=\begin{vmatrix}-3 & 0\\ 1 & -1\end{vmatrix}=(-3)\cdot(-1)-0\cdot 1=$ $=3-0=3$	**3p** **2p**
5p	**b)** $A(2^{x+1})-A(2^x)=\begin{pmatrix}2\cdot 2^{x+1}-1 & 0\\ 1 & 2\cdot 2^{x+1}+1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\cdot 2^x-1 & 0\\ 1 & 2\cdot 2^x+1\end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix}2\cdot 2^{x+1}-2\cdot 2^x & 0\\ 0 & 2\cdot 2^{x+1}-2\cdot 2^x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2^{x+2}-2^{x+1} & 0\\ 0 & 2^{x+2}-2^{x+1}\end{pmatrix}$ $A(2^{x+1})-A(2^x)=I_2\Rightarrow\ 2^{x+2}-2^{x+1}=1\Rightarrow 2^{x+1}(2-1)=1\Rightarrow 2^{x+1}=1\Rightarrow x+1=0$ $\Rightarrow x=-1$	**3p** **2p**
5p	**c)** $\det A(x)=\begin{vmatrix}2x-1 & 0\\ 1 & 2x+1\end{vmatrix}=(2x-1)\cdot(2x+1)-0\cdot 1=4x^2-1$ $4x^2-1\le 3\Rightarrow 4x^2\le 4\Rightarrow x^2\le 1\Rightarrow x\in[-1;1]$	**2p** **3p**
5p	**2. a)** $5\circ(-3)=-30-30+18+21=-21$ $(-9)\circ 4=-72+54-24+21=-21$, deci $5\circ(-3)=(-9)\circ 4$	**3p** **2p**
5p	**b)** $x\circ\frac{7}{2}=2x\cdot\frac{7}{2}-6x-6\cdot\frac{7}{2}+21=7x-6x-21+21=x$, pentru orice număr real x $\frac{7}{2}\circ x=2\cdot\frac{7}{2}\cdot x-6\cdot\frac{7}{2}-6x+21=x,\ \forall x\in\mathbb{R}$, deci $e=\frac{7}{2}$ este elementul neutru	**3p** **2p**
5p	**c)** $x\circ(x+1)=2x^2-10x+15$ $2x^2-10x+15<15\Leftrightarrow x(x-5)<0\Leftrightarrow x\in(0,5)\cap\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{1,2,3,4\}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $f'(x)=\left(\frac{e^x}{x^2}\right)'=\frac{(e^x)'\cdot x^2-e^x\cdot\left(x^2\right)'}{(x^2)^2}=\frac{e^x\cdot x^2-e^x\cdot 2x}{x^4}=$	**3p**

	$= \frac{xe^x(x-2)}{x^4} = \frac{e^x(x-2)}{x^3}$, $x \in (0, \infty)$	**2p**
5p	**b)** $f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{e^x(x-2)}{x^3} = 0 \Rightarrow x = 2$; $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (0,2] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe (0,2] $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [2, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[2, +\infty)$	**3p** **2p**
5p	**c)** f descrescătoare pe (0,2] și crescătoare pe $[2, +\infty) \Rightarrow f(x) \geq f(2), \forall x \in (0, +\infty)$ $f(2) = \frac{e^2}{4} \Rightarrow \frac{e^x}{x^2} \geq \frac{e^2}{4} \Leftrightarrow \frac{e^{x-2}}{x^2} \geq \frac{1}{4}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	**2p** **3p**
5p	**2. a)** $\int_1^2 (4x + \ln x - \ln x)dx = \int_1^2 4x\, dx = 4 \cdot \frac{x^2}{2}\Big\vert_1^2 =$ $= 2x^2\Big\vert_1^2 = 2(4-1) = 6$	**3p** **2p**
5p	**b)** $\int_1^e \frac{4x + \ln x - 4x}{x} dx = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^e \ln x \cdot (\ln x)' dx = \frac{\ln^2 x}{2}\Big\vert_1^e =$ $= \frac{\ln^2 e - \ln^2 1}{2} = \frac{1}{2}$	**3p** **2p**
5p	**c)** $\int_1^n (4x + \ln x)dx = \int_1^n 4x\, dx + \int_1^n \ln x\, dx = 2x^2\Big\vert_1^n + \int_1^n x' \cdot \ln x\, dx =$ $= 2n^2 - 2 + x \cdot \ln x\Big\vert_1^n - \int_1^n x \cdot \frac{1}{x}\, dx = 2n^2 - 2 + n \ln n - x\Big\vert_1^n = 2n^2 + n \ln n - n - 1$ $2n^2 - n - 1 + n \ln n = 5 + 2 \ln n \Rightarrow (n-2)\ln n + 2n^2 - n - 6 = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow (n-2)(\ln n + 2n + 3) = 0$ și cum n este număr natural nenul, obținem $n = 2$	**3p** **2p**

Coordonator grup de lucru – M_tehnologic:
- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru – M_tehnologic
- Bacula Mariana, Liceul Tehnologic de Electrotehnică și Telecomunicații Constanța
- Costea Cristina, Liceul Tehnologic *Nicolae Dumitrescu* Cumpăna
- Crangă Cleopatra, Liceul Teoretic Murfatlar
- Grassu Mariana, Liceul Cobadin
- Filip Adela – Cristina, Liceul Economic *Virgil Madgearu* Constanța
- Teodorescu Nicoleta, Colegiul Economic Mangalia

Bibliografie:

1. Mihai Monea, Steluța Monea, Ioan Șerdean, Adrian Zanoschi – Bacalaureat 2025, Teme recapitulative M_tehnologic, M_științe ale naturii, Editura Paralela 45, 2024
2. Daniela Stoica – Matematică M2_Tehnologic (50 de teste), Editura Booklet, 2024
3. Modele subiecte bacalaureat 2026, Ministerul Educației și Cercetării, CNPEE
4. Teste de antrenament propuse de CNPEE pentru examenul național de bacalaureat 2021, Filiera tehnologică
5. “ Teste de antrenament 2020 – 2021 - 2022 ”, https://rocnee.eu
6. Centrul Naţional de Politici și Evaluare în Educație - subiecte examene 2025
7. Variante de subiecte 2022, Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație