Examenul național de bacalaureat 2027
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_5 - a_2 = 3r$, deci $r = 7$, unde r este rația progresiei aritmetice	**3p**
	$a_1 = a_2 - r = 2$	**2p**
2.	$f(-1) = 2$, $f(a) = a + 3$, pentru orice număr real a	**3p**
	$2(a+3) = a$, de unde obținem $a = -6$	**2p**
3.	$\log_2(x+2) = 2\log_2 x$, deci $\log_2(x+2) = \log_2 x^2$, de unde obținem $x^2 - x - 2 = 0$	**3p**
	$x = -1$, care nu convine sau $x = 2$, care convine	**2p**
4.	Cifra zecilor se poate alege în 3 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei zecilor, cifra unităților se poate alege în câte 4 moduri, deci se pot forma $3 \cdot 4 = 12$ numere	**3p**
5.	$m_d = 1$	**2p**
	$m_{OA} = \frac{a}{5}$ și, cum $m_d \cdot m_{OA} = -1$, obținem $a = -5$	**3p**
6.	$\text{tg}\frac{\pi}{6} = \frac{AC}{12}$, deci $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AC}{12}$, de unde obținem $AC = 4\sqrt{3}$	**3p**
	$\mathcal{A}_{\Delta AMC} = \frac{4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 24$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$B(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B(2)) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 9 \end{vmatrix} = 2 \cdot 9 - 1 \cdot (-1) =$	**3p**
	$= 18 + 1 = 19$	**2p**
b)	$B(x+1) = \begin{pmatrix} x+1 & 1 \\ 1-2x & 4x+5 \end{pmatrix}$, $B(x+1) - B(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$(B(x+1) - B(x)) \cdot A = \begin{pmatrix} 4+0 & 0+0 \\ -8+8 & 0+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = 4I_2$, pentru orice număr real x	**3p**
c)	$(B(3) - B(2)) \cdot X = 2A$ și, cum $(B(3) - B(2))^{-1} = \frac{1}{4}A$, obținem $X = \frac{1}{2}A \cdot A$	**3p**
	$X = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 5 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$2 * 3 = (2-7)(3-7) + 7 =$	**3p**
	$= (-5)(-4) + 7 = 27$	**2p**
b)	$x * (x+8) = x^2 - 6x$, pentru orice număr real x	**3p**
	$x^2 - 6x = 0$, de unde obținem $x = 0$ sau $x = 6$	**2p**

c)	$\frac{5n}{3} * n = n * \frac{5n}{3} = 8$, de unde obținem $\left(\frac{5n}{3} - 7\right)(n-7) + 7 = 8$	**3p**
	$(5n-21)(n-7) = 3$ și, cum n este număr întreg, obținem $n = 4$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \frac{\left(3 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot x - \left(3x + 2\sqrt{x} - 2\right) \cdot 1}{x^2} =$	**3p**
	$= \frac{3x + \sqrt{x} - 3x - 2\sqrt{x} + 2}{x^2} = \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{3x + 2\sqrt{x} - 2}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(3 + \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{2}{x}\right) = 3$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y = 3$ este asimptota orizontală la graficul funcției f	**2p**
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$; pentru orice $x \in (0,4]$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $(0,4]$ și, pentru orice $x \in [4, +\infty)$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[4, +\infty)$	**2p**
	$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$, $f(4) = \frac{7}{2}$ și f este continuă, deci imaginea funcției f este $\left(-\infty, \frac{7}{2}\right]$	**3p**
2.a)	$\int_1^2 f(x)(x+1)^2 \, dx = \int_1^2 9x^2 \, dx = 3x^3 \Big|_1^2 =$	**3p**
	$= 24 - 3 = 21$	**2p**
b)	$\int_2^8 \frac{f(x)}{x^2} \, dx = \int_2^8 \frac{9}{(x+1)^2} \, dx = -\frac{9}{x+1} \Big|_2^8 =$	**3p**
	$= -1 + 3 = 2$	**2p**
c)	$\int_0^a x^2 \left(3f(x) + xf'(x)\right) dx = \int_0^a \left(3x^2 f(x) + x^3 f'(x)\right) dx = \int_0^a \left(x^3 f(x)\right)' dx = \left(x^3 f(x)\right) \Big|_0^a = a^3 f(a)$	**3p**
	$a^3 f(a) = a^3$ și, cum $a \in (0, +\infty)$, obținem $f(a) = 1$, de unde rezultă $a = \frac{1}{2}$	**2p**