Examenul național de bacalaureat 2027
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_2 = 9$ și $a_5 = 30$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$. Determinați numărul real a pentru care $f(-1)\cdot f(a)=a$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x+2)=4\log_4 x$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{2,4,6,7,8\}$. Determinați câte dintre numerele pare, de două cifre, care se pot forma cu cifre din mulțimea A, sunt mai mari sau egale cu 62.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y=x+1$ și punctul $A(5,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care dreapta OA este perpendiculară pe d.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=12$ și $B=\frac{\pi}{6}$. Punctul M aparține laturii AB astfel încât $AM=AC$. Arătați că aria triunghiului AMC este egală cu 24.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}4&0\\2&1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x&1\\3-2x&4x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(B(2))=19$.

5p **b)** Arătați că $(B(x+1)-B(x))\cdot A=4I_2$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $B(3)\cdot X=2A+B(2)\cdot X$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=(x-7)(y-7)+7$, cu elementul neutru $e=8$.

5p **a)** Arătați că $2*3=27$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x*(x+8)=0$.

5p **c)** Determinați numărul întreg n, $n\neq 7$, știind că $\frac{5n}{3}$ este simetricul lui n în raport cu legea de compoziție „$*$”.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3x+2\sqrt{x}-2}{x}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{2-\sqrt{x}}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că imaginea funcției f este $\left(-\infty,\frac{7}{2}\right]$.

2. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{9x^2}{(x+1)^2}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 f(x)(x+1)^2\,dx=21$.

5p **b)** Arătați că $\int_2^8 \frac{f(x)}{x^2}dx = 2$.

5p **c)** Determinați $a \in (0,+\infty)$ pentru care $\int_0^a x^2\left(3f(x)+xf'(x)\right)dx = a^3$.